

## Las tareas de aprendizaje en la enseñanza de las matemáticas a distancia

Marcos Campos Nava y Agustín Alfredo Torres Rodríguez

---

### *Assignments for Distance Learning Mathematics Programs*

#### **Resumen**

Se presenta una propuesta para diseñar tareas de aprendizaje matemático en la modalidad de educación a distancia, tomando como referencia algunos marcos teóricos y conceptuales como el uso de tecnología en el aprendizaje de las matemáticas y la resolución de problemas. Para ello, se incluye un conjunto de elementos considerados fundamentales para propiciar un mejor entendimiento del estudiante, y que pensamos deben incorporarse en forma articulada en el diseño de una actividad de aprendizaje: un objetivo o propósito de la actividad, los elementos matemáticos incluidos, conocimientos o competencias previos, el escenario o contexto donde se desarrollará y un proceso inquisitivo. Asimismo, se cree que este constructo puede guiar a los profesores de matemáticas, que enseñan en modalidad virtual, durante el proceso de diseñar actividades de aprendizaje. La finalidad última es coadyuvar al desarrollo de algunas

#### **Abstract**

The present work constitutes a proposal for the design of assignments for the teaching of mathematics through distance learning programs, taking some theoretical and conceptual frameworks into account, such as the use of technology in learning mathematics and problem solving.

With that purpose in mind, we include a set of elements, which we consider to be fundamental for the student to have a better understanding of the subject. An objective, the purpose of the activity; the mathematical elements included, previously acquired knowledge; a scenario, the context, in which it will develop, and an inquisitive process, are all elements which we think should be taken into account when designing learning activities. Also, it is our belief that such a construct may provide guidance for Math teachers working for distance learning programs during the process of designing learning activities. The main purpose is to contribute to the development of some generic and disciplinary learning

competencias genéricas y disciplinares, de modo que el estudiante pueda beneficiarse al acceder a un mejor entendimiento y por consiguiente lograr un mayor desempeño.

**Palabras clave:** matemáticas a distancia; tareas de aprendizaje matemático; diseño de tareas de aprendizaje; educación a distancia

## Introducción

Las redes sociales, los escenarios virtuales y los materiales audiovisuales han modificado la forma de comunicarnos desde hace más de dos décadas; esto ha repercutido en la manera como los seres humanos podemos aprender debido a la gran cantidad de recursos que ofrecen información de diversas formas: videos tutoriales, blogs, documentales, libros y artículos en formato electrónico, entre otros. Aunado a lo anterior, los escenarios virtuales como plataformas educativas (Moodle, Blackboard, entre otros) o los llamados edublogs, en los que cada vez es más común llevar a cabo procesos de enseñanza-aprendizaje, se pueden complementar y enriquecer con la inclusión de software especializado para el aprendizaje y la enseñanza de algún tópico en particular. En este contexto, la enseñanza de las matemáticas no es la excepción, este tipo de recursos y ambientes virtuales de enseñanza-aprendizaje pueden ser considerados para su inclusión en el aula o para el diseño de cursos de educación a distancia.

## Justificación

En las últimas dos décadas se han reportado una gran cantidad de investigaciones y estudios dirigidos a indagar la forma en que el uso de tecnologías digitales pueden apoyar el aprendizaje de las matemáticas, sin embargo, en la mayoría de los casos no se considera la posibilidad de que tales tareas se lleven a cabo de forma

programs, so that the student may benefit from a better understanding of the subject and, as a consequence, have a better performance.

**Keywords:** distance learning math programmes; mathematical learning assignments; design of learning assignments; distance learning

individual y que posteriormente se discuta el proceso de solución en comunidades virtuales, o a través de las redes sociales; es decir, en un formato de educación a distancia.

En este sentido surgen de manera natural preguntas como las siguientes: ¿Es posible aprender matemáticas por medio de recursos didácticos disponibles en escenarios virtuales? ¿Qué características deberían tener estos escenarios? ¿Qué características tiene el aprendizaje de las matemáticas cuando el estudiante no dispone de una interacción personal con un profesor? ¿Qué tipo de tareas de aprendizaje son apropiadas para un aprendizaje a distancia en matemáticas? ¿Qué características deberían tener dichas tareas? ¿Qué perfil debería tener el profesor de matemáticas para poder diseñar esta clase de tareas y orientar el aprendizaje de las matemáticas a través de recursos tales como las redes sociales, los blogs o el chat? Estas son sólo algunas preguntas que consideramos deberían guiar la agenda de investigación en la enseñanza de las matemáticas a distancia. Para el alcance que pretendemos en este reporte, nos centraremos particularmente en tratar de definir un constructo que pueda permitir el diseño de tareas de aprendizaje en matemáticas en modalidad virtual con el apoyo de herramientas digitales.

Al respecto de lo pertinente que pudiera resultar implementar cursos a distancia de matemáticas, podemos mencionar que la cons-

trucción de nuevos conocimientos puede ser resultado una actividad individual; sin embargo, la socialización de los mismos es un acto colectivo que apoya el entendimiento y la construcción de significados. En el caso particular de las matemáticas, la demostración de un teorema o la solución de un problema puede llevarse a cabo de forma individual —autodidacta—; mas al comunicar y discutir dicho resultado se ponen en acción mecanismos que permiten la construcción de significado y el desarrollo de competencias matemáticas.

### Marco conceptual

Los recursos tecnológicos como las computadoras, internet y el software especializado para la enseñanza de las matemáticas, por ejemplo los paquetes de geometría dinámica, pueden favorecer el aprendizaje de las matemáticas bajo la modalidad de educación a distancia y con la perspectiva de resolución de problemas. En este sentido, es deseable que los docentes de matemáticas nos involucremos en un mayor grado en la promoción y uso de las tecnologías digitales, para que los estudiantes puedan tener acceso a la resolución de tareas de aprendizaje que les permitan interactuar en modalidad virtual con otros estudiantes para compartir sus ideas, tal como lo menciona el National Council of Teachers of Mathematics:

Aplicando de manera efectiva las tecnologías, aumenta el acceso de los estudiantes a la información y mejora la interacción alumno-alumno y alumno-maestro para apoyar y enriquecer la toma de sentido. El uso estratégico de las herramientas tecnológicas puede apoyar el aprendizaje de procedimientos matemáticos y habilidades, así como el desarrollo de competencias matemáticas avanzadas, tales como la resolución de problemas, el razonamiento, y justificación de resultados (NCTM, 2015, p. 2).

Por otro lado, Borba (2009) afirma que muchos psicólogos sociales han discutido la idea de que el conocimiento individual, es decir, sin un profesor presente, es problemático y mantienen una postura *Vigotskiana*, en el sentido de observar el rol de las herramientas que pueden mediar su adquisición, en este sentido los ambientes virtuales que se pueden generar en la educación a distancia por medio del internet y herramientas digitales, son compatibles con la idea de que debe existir algo que logre mediar el aprendizaje entre el sujeto y el objeto de conocimiento, al respecto Macías (2007) menciona:

La interactividad se caracteriza entre otras cosas por la acción recíproca entre dos agentes, uno material o virtual, el material de autoaprendizaje o bien una computadora por ejemplo y el sujeto que aprende. Lo antes planteado exige la confección de recursos didácticos que permitan el proceso de mediación (Macías, 2007 p.8).

Un entorno que propiciaría la mediación de los saberes matemáticos (objetos de conocimiento, declarados en el currículum) con los estudiantes o aprendices (sujetos cognoscentes), puede ser provisto por los escenarios virtuales en internet, cuyas características les podrían convertir en foros de discusión y debate de ideas, en los cuales la imagen de autoridad del profesor, no presente físicamente, puede promover el intercambio más fluido de opiniones entre los usuarios, a diferencia de la modalidad presencial, en la que generalmente se tiene la tendencia de no participar por temor a represalias del profesor si la respuesta es incorrecta, o por miedo a la burla de los compañeros.

Al respecto, Borba (2009) menciona que en época reciente, debido a la disponibilidad y popularidad del internet, las formas de discurso han cambiado, al poder incorporar imágenes,

video y música; lo anterior supone un nuevo reto que debe afrontar el profesor de matemáticas para estar constantemente actualizado en el uso de estos recursos.

En ese sentido el reto de los profesores de matemáticas en educación a distancia consistiría en la creación de nuevos ambientes de aprendizaje, lo que exige situaciones educativas en que “se propicie el contacto, el intercambio y la participación de los miembros de un grupo independientemente de la distancia” (Macías, 2007, p.8).

Con lo anterior no se afirma que la figura del profesor pase a un término secundario o que sea preferible la educación a distancia que la presencial; por el contrario la labor del profesor debe estar enfocada al diseño de las tareas y debe ser el encargado de dirigir los procesos de solución de actividades a través de escenarios virtuales y con el uso de herramientas digitales.

Un aspecto muy importante del uso de la tecnología como apoyo para el aprendizaje de las matemáticas, es que proporciona retroalimentación inmediata, lo que permite al alumno descubrir sus errores, analizarlos y corregirlos. En estos ambientes el error ya no es algo que hay que esconder, se vuelve más bien un medio para profundizar en el aprendizaje (Ursini, 2006, p.25).

## Metodología

Como ya se mencionó en párrafos anteriores, existen diversas investigaciones que buscan indagar cómo aprenden los estudiantes algunos tópicos de matemáticas cuando se utilizan recursos digitales, en particular software especializado para resolver diversas tareas de aprendizaje, sin embargo, no se ha puesto tanto énfasis en las características que deben tener dichas tareas cuando éstas van dirigidas a escenarios virtuales en modalidad

a distancia. En este apartado pretendemos establecer algunas bases que permitan el diseño de tareas de aprendizaje cuando los estudiantes y el profesor no interactúan en modalidad presencial.

El diseño de una tarea de aprendizaje matemático debe incluir diversas fases y elementos, consideramos que el punto de partida debería ser el objetivo de aprendizaje que el profesor pretenda que sus estudiantes logren, o bien las competencias a desarrollar según el programa de estudios, una vez identificado el objetivo de la tarea, se deben identificar lo que podríamos llamar competencias o conocimientos previos que son requeridos para poder abordar la tarea, posteriormente se debe redactar el enunciado de la actividad, que será la forma en que se presentará a los estudiantes, en el entendido de que la actividad es más que sólo su enunciado; al respecto podemos mencionar que las fuentes para identificar tareas de aprendizaje matemático que permitan el desarrollo de competencias genéricas y/o disciplinares son diversas, pudiendo ser desde los mismos libros de texto, hasta el entorno social; cabe mencionar que consideramos que una actividad de este tipo puede estar planteada en tres contextos diferentes: un contexto matemático, un contexto hipotético o un contexto del mundo real (Barrera y Santos, 2002).

Una vez que se ha definido el enunciado de la actividad, se deben considerar las características y potencialidades de los escenarios virtuales, para tomarlos en cuenta al plantearla a los estudiantes, se puede por ejemplo hacer uso de plataformas educativas en las que se gestionan cursos a distancia como Moodle, o se puede hacer uso de recursos como los edublogs en sitios como blogspot o wordpress, o incluso en escenarios tales como las redes sociales, ya que la mayoría de estas opciones tienen en común que se puede tener interacción con los usuarios en

tiempo real o no necesariamente, a través de interfaces como mensajes de texto tipo foros de discusión o chat; se puede incluir además video, imágenes e incluso applets elaborados por el propio profesor con software especializado—como los ya mencionados de geometría dinámica— o algunos otros que se pueden encontrar disponibles en la red y que sean de utilidad para lo que se persiga con la actividad.

Al respecto podemos mencionar que en diversos trabajos de investigación se ha puesto de manifiesto la influencia de las tecnologías digitales en el proceso de aprendizaje de las matemáticas (Arcavi y Hadas, 2000; Moreno-Armella, 2002; Santos Trigo, 2010), haciendo énfasis en que su empleo puede favorecer los procesos de comprensión de ideas y conceptos. Pea (1985) por su parte, propuso que las tecnologías digitales funcionan como herramientas cognitivas, ayudando con ello a la amplificación y reorganización del conocimiento matemático.

Ya identificado el escenario virtual en que la tarea se dará a conocer, consideramos de suma importancia elaborar rutas hipotéticas de solución que los estudiantes podrían seguir, esto principalmente con la finalidad de que el profesor mismo esté consciente de las posibles dificultades que los estudiantes podrían enfrentar al tratar de resolverla e interactuar con los recursos que tendrán a su disposición, desde verificar si el enunciado de la actividad y las instrucciones son claras, hasta identificar si los recursos que se empleen para la solución de la misma son adecuados; las rutas hipotéticas de solución permitirán además que el profesor tenga control sobre los diferentes caminos a los que puede conducir la actividad.

Este elemento de las rutas hipotéticas de solución, tiene su fundamento en las ideas de Polya (1945, 2005) y de Schoenfeld (1985), quienes han establecido que en el proceso

de resolver problemas que se le plantean al estudiante de matemáticas, se deben seguir distintas heurísticas, para de esta manera potenciar mecanismos de búsqueda, reflexión e investigación.

Aunado a todo lo anterior el profesor deberá elaborar una serie de preguntas que vayan guiando la actividad, y decidir el momento en que las deberá presentar dentro del escenario elegido, esto con la finalidad de conducir a los estudiantes al desarrollo de competencias matemáticas de interés tales como la argumentación, la justificación, la generalización, la elaboración de conjeturas y la comunicación de resultados; este proceso, que algunos autores han llamado proceso inquisitivo, permitirá además extender la actividad en el sentido de poder proponer a partir del enunciado original, otras actividades que pudieran complementar el logro de las competencias buscadas.

Este proceso inquisitivo puede permitir que una tarea o actividad de aprendizaje matemática pueda alcanzar distintos niveles de *demandada cognitiva* (Stein y Smith, 1998). Este constructo implica la realización de procedimientos que: permiten crear conexiones entre distintos conceptos y significados, proporcionan además tiempo suficiente para su realización, propician a los estudiantes a hacer preguntas y elaborar justificaciones y explicaciones.

Para Barrera (2008), una de las actividades principales que un docente de matemáticas debe ser capaz de desarrollar consiste en el diseño de tareas de aprendizaje. Para ello se deben tomar en consideración elementos como los datos o información, así como los conceptos involucrados (elementos matemáticos), los posibles escenarios para llevar a cabo la actividad (el contexto) y el objetivo o propósito de la actividad que se propone.

En resumen, y considerando las propuestas de los autores consultados, los elementos

que proponemos para conformar una tarea de aprendizaje con un enfoque de modalidad de enseñanza a distancia son: *i)* Objetivo de aprendizaje o competencias a desarrollar; *ii)* elementos matemáticos y competencias previas requeridas; *iii)* Enunciado y contexto de la actividad; *iv)* Preparación del escenario virtual de la tarea y recursos a utilizar; *v)* Elaboración de posibles rutas hipotéticas de solución y *vi)* proceso inquisitivo que permita guiar y extender la actividad.

Considerando la revisión de la literatura al respecto de los elementos que deben contener las actividades de aprendizaje, hemos propuesto la elaboración de un cuadro organizador (véase figura 1) en donde se describen los elementos que conformarán la actividad de aprendizaje planeada, y en donde el profesor pueda hacer explícitas las características que deben contener los distintos elementos propuestos: iniciando por el objetivo o competencia a alcanzar, los elementos matemáticos y conocimientos previos; las características, escenario y/o contextos de instrucción y el proceso inquisitivo.

También consideramos un bosquejo de una ruta hipotética de solución en la figura 2, que permite que el profesor tenga un esquema muy claro de cómo podrían sus estudiantes abordar la solución de la actividad.

Hacemos hincapié en que ambos esquemas son guías de principios generales, estamos convencidos sin embargo que una buena cantidad de tareas de aprendizaje se podrían diseñar utilizando dichos principios, además de que la ruta hipotética de solución dependerá de la actividad en particular y de su contexto, por lo que insistimos en que ambos esquemas pueden guiar el diseño de las tareas pero es labor del profesor elaborar y redactar en cada apartado los elementos que se proponen como principios generales.

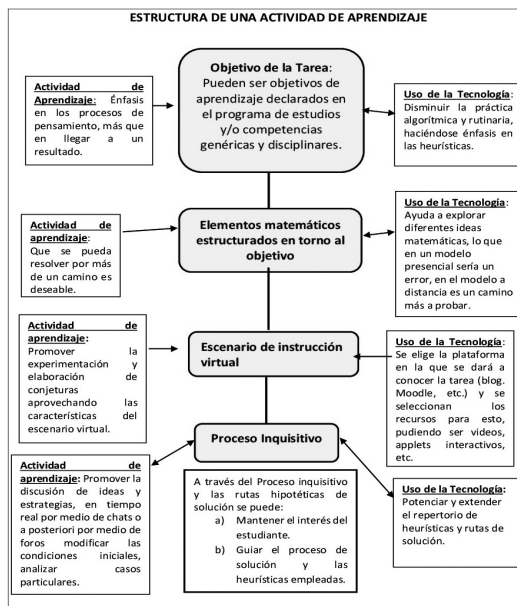


Figura 1. Esquema general de una actividad de aprendizaje

Fuente: elaboración propia

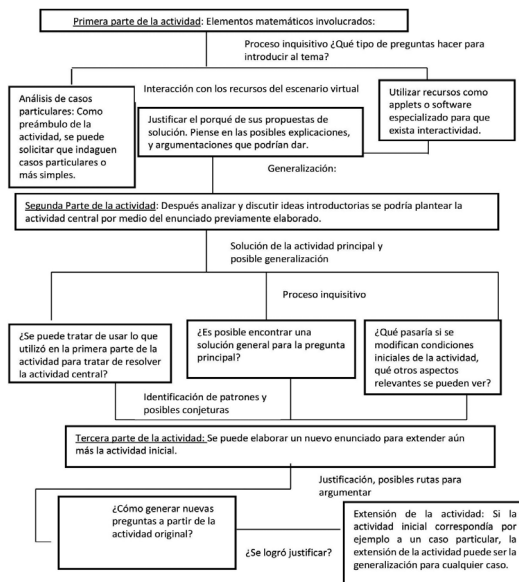


Figura 2. Ruta hipotética de solución

Fuente: elaboración propia.



A manera de ilustrar el diseño de una posible actividad de aprendizaje bajo los principios propuestos, pensada para ser discutida en escenarios virtuales, proponemos una actividad inspirada en una curiosa imagen que circula en algunas redes sociales, en la que aparecen gatos completos, caras de gato y patas de gato en operaciones aritméticas que tienen un resultado determinado, el objetivo final sería contestar el resultado de la última línea, sin embargo la discusión se extiende y favorece procesos de aprendizaje como los que suponemos se pueden generar con tareas de aprendizaje como las que sugerimos diseñar, en contraste con tareas rutinarias en las que solamente se espera del estudiante una posible respuesta correcta.

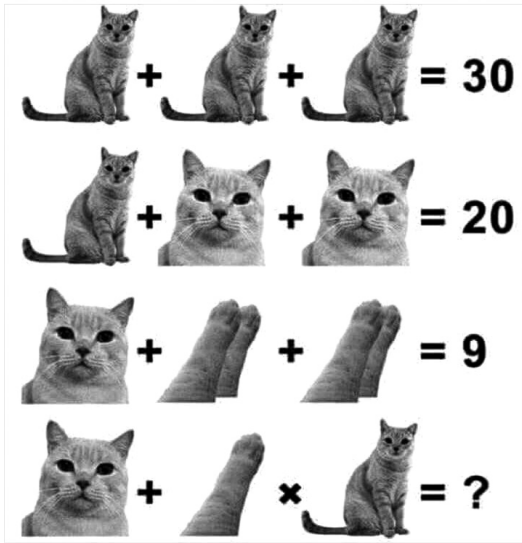


Figura 3. Imagen que circula por algunas redes sociales

Lo interesante de la tarea, además de permitir introducir algunas nociones de pensamiento algebraico sin que siquiera se mencione, es el hecho de que al descubrir que cada gato debe valer 10, cada cara debe valer 5 y cada pata debe valer 1, en la última línea, si la operación se entiende como  $5 + 1 \times 10 = ?$ , se pueden obtener dos resultados diferentes dependiendo la calculadora con que se resuelva.

El escenario virtual permitirá que los estudiantes puedan inclusive mandar videos o capturas de pantalla de la operación realizada con diferentes calculadoras obteniendo diferentes resultados, por lo que la discusión sobre ¿cuál debería ser el resultado correcto en la última línea de la Figura 3? cobra mayor sentido.

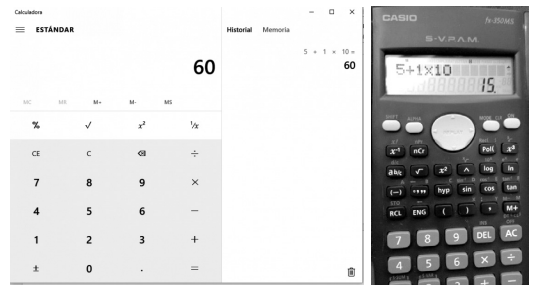


Figura 4. Diferentes calculadoras, misma operación y diferente resultado

Utilizando los organizadores que proponemos en las figuras 1 y 2, la tarea de aprendizaje podría diseñarse aproximadamente con la estructura y la ruta hipotética de solución que proponemos a continuación:

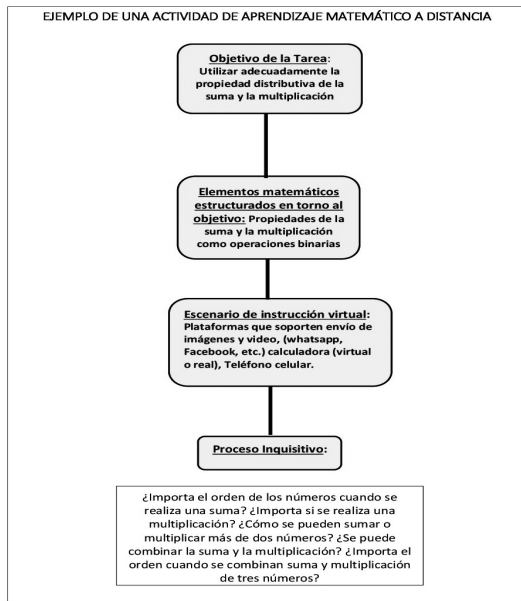


Figura 5. Estructura de una actividad en particular. Fuente Propia.

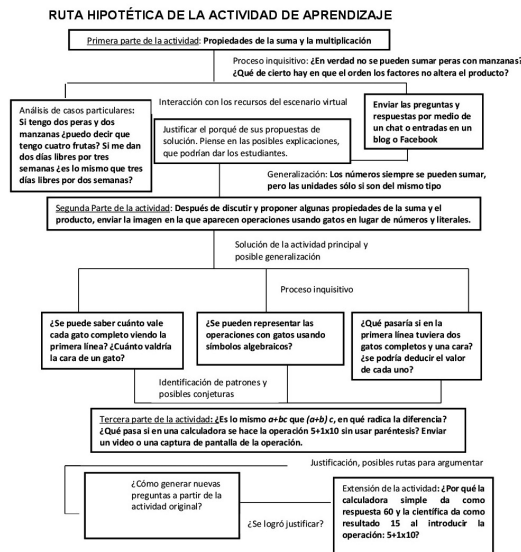


Figura 6. Ruta hipotética de solución de la actividad propuesta. Fuente: elaboración propia

## Conclusiones

Consideramos que el diseño de tareas de aprendizaje debería ser una labor fundamental del profesor de matemáticas, las tareas no son solamente el enunciado de la actividad, por el contrario, debieran tener una estructura bien definida encaminada al logro de objetivos de aprendizaje y competencias genéricas y disciplinares que están declaradas en los programas de estudio de los cursos de matemáticas en educación media superior.

No encontramos mayor diferencia entre los elementos y fases que debieran considerarse al diseñar una tarea de aprendizaje en modalidad presencial o a distancia, excepto por razones obvias en el escenario de instrucción. Consideramos sin embargo, que los escenarios virtuales son compatibles con el constructo teórico del uso de la tecnología para el aprendizaje de las matemáticas, por lo cual creemos que las tareas de aprendizaje en modalidad virtual, podrían incluso potenciar el mayor entendimiento de algunos tópicos en matemáticas, en parte por el tipo de recursos de los que se puede disponer en estos escenarios virtuales.

Queda pendiente en la agenda investigar las características que tiene el proceso de solución de tareas de aprendizaje en modalidad a distancia, donde la figura de autoridad del profesor no tiene el mismo impacto que en modelo presencial.

## Referencias

Arcavi, A. y Hadas, N. (2000). Computer mediated learning: An example of an approach. *International Journal for Computers for Mathematics Learning*, 5: 25-45.

Barrera, F. (2008). Bases teóricas y Conceptuales en la Construcción del Conocimiento Matemático y el Empleo de Herramientas Digitales. Primer



- reporte del Proyecto de Investigación. Registro CONACYT No. 61996.
- Barrera, F. y Reyes, A. (2013). *Elementos Didácticos y Resolución de Problemas: Formación Docente en Matemáticas*. México. Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo.
- Barrera, F. y Santos, M. (2002). Cualidades y procesos matemáticos importantes en la resolución de problemas: un caso hipotético de suministro de medicamentos. En Ministerio de Educación Nacional (ed.). *Seminario Nacional de Formación de Docentes: Uso de las Nuevas Tecnologías en el Aula de Matemáticas*. p.p. 166-185. Santa Fe de Bogotá, Colombia.
- Borba, C. (2009). Potential scenarios for Internet use in the mathematics classroom. *ZDM Mathematics Education* 41: 453-465.
- Macías, D. (2007). Las Nuevas Tecnologías y el Aprendizaje de las Matemáticas. *Revista Iberoamericana de Educación*, 42: 4-10.
- Moreno-Armella, L. (2002). Instrumentos matemáticos computacionales. En Ministerio de Educación Nacional (Ed.), *Memorias del Seminario Nacional Formación de Docentes sobre el uso de Nuevas Tecnologías en el Aula de Matemáticas*. pp.81-86. Bogotá, Colombia.
- NCTM (2015). Strategic Use of Technology in Teaching and Learning Mathematics A Position of the National Council of Teachers of Mathematics. Recuperado el 9 de mayo de 2016 en: [http://www.nctm.org/uploadedFiles/Standards\\_and\\_Positions/Position\\_Statements/Strategic%20Use%20of%20Technology%20July%202015.pdf](http://www.nctm.org/uploadedFiles/Standards_and_Positions/Position_Statements/Strategic%20Use%20of%20Technology%20July%202015.pdf)
- Pea, R.D. (1985). Beyond amplification: Using the computers to reorganize mental functioning. *Educational Psychologist*, 20(4): 167-182.
- Polya, G. (2005). *Cómo plantear y resolver problemas* (trad. Julián Zagazagoitia). México: Trillas. (Trabajo original publicado en 1945).
- Santos-Trigo, M. (2010). A mathematical problem solving approach to identify and explore instructional routes based on the use of computational tools. En J. Yamamoto, J. Kush, R. Lombard & J. Hertzog (eds.), *Technology Implementation and Teacher education: Reflective models*. pp.296-313. Hershey, NY: Information Science Reference.
- Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical Problem Solving*. Orlando, Fl.: Academic Press.
- Stein, M. & Smith, M. (1998). Mathematical tasks as a framework for reflection: from research to practice. *Mathematics Teaching in the Middle School*. 3: 268-275.
- Ursini, S. (2006). Enseñanza de las Matemáticas con Tecnología. En Rojano, T. (ed.) *Enseñanza de las Física y las Matemática con Tecnología: Modelos de transformación de las prácticas y la interacción social en el aula*. pp. 25- 41. México, D.F.: SEP.

---

### **Marcos Campos Nava**

Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo  
mcampos@uaeh.edu.mx

### **Agustín Alfredo Torres Rodríguez**

Instituto Tecnológico de Atitalaquia  
aatr68@hotmail.com