

Patrones de crecimiento y cambio técnico en la producción de un producto bueno y otro malo

ADALMIR MARQUETTI

GABRIEL MENDOZA PICHARDO*

Resumen

En este trabajo investigamos las regularidades del crecimiento económico, considerando que el proceso de producción involucra un producto bueno y otro malo. El bueno es el producto interno bruto (PIB) y el malo son las emisiones de dióxido de carbono (CO₂) ocasionadas por el uso de combustibles de origen fósil. Es posible resumir los resultados en cuatro regularidades: 1) la producción del producto bueno y la del producto malo se incrementan con el proceso de crecimiento económico; la del primero se incrementa con el uso de los insumos trabajo y capital, mientras que la del segundo se acrecienta con el uso del insumo capital; 2) la productividad del trabajo y la razón capital-trabajo se incrementan, mientras que la productividad del capital declina en el proceso de crecimiento económico; 3) las emisiones tanto por unidad de producto como por unidad de trabajo se incrementan durante las primeras etapas del crecimiento económico, para declinar después de alcanzar cierto umbral, este resultado es consistente con la hipótesis de la curva ambiental de Kuznets; 4) hay grandes diferencias entre países tanto en los niveles como en las tasas de crecimiento del producto malo y del producto bueno, de la productividad del trabajo y de la eficiencia de generación de CO₂.

Palabras clave: hechos estilizados, contaminación, cambio técnico, emisiones de CO₂.

Clasificación JEL: E01, E23.

INTRODUCCIÓN

Las enormes dimensiones de la producción en la sociedad capitalista han tenido impactos impresionantes en el medio ambiente, con consecuencias negativas para los ecosistemas. El calentamiento global y sus efectos para las próximas generaciones se encuentran entre las mayores preocupaciones científicas y po-

Manuscrito recibido en enero de 2012; aceptado en febrero de 2013.

* Pontificia Universidade do Rio Grande do Sul, Brasil, <aam@puers.br>, y Facultad de Economía de la Universidad Nacional Autónoma de México, México, <gamp@servidor.unam.mx>, respectivamente. Los autores agradecen los valiosos comentarios y sugerencias de los dictaminadores anónimos de la revista.

líticas de nuestro tiempo. El calentamiento global está ligado a las emisiones de gases de efecto invernadero antropogénicas, particularmente el dióxido de carbono (CO₂) proveniente de la quema de combustibles de origen fósil y de la deforestación (Stern *et al.*, 2006).

Si bien el proceso de producción normalmente involucra tanto la producción de producto bueno y producto malo (Kurz, 2006), el análisis de las regularidades o los hechos estilizados del crecimiento económico únicamente ha considerado el producto bueno. Este trabajo estudia las regularidades del crecimiento económico capitalista asumiendo que el proceso de producción genera un producto bueno, el producto interno bruto (PIB), y un producto malo, las emisiones de CO₂ debidas al uso de combustibles de origen fósil, mediante un estudio de panel de datos de países para el periodo 1973-2006, aunque no hay datos para algunos países para todos los años. El producto bueno y el producto malo se producen mediante trabajo y capital físico. El PIB permite al capitalista generar ganancias, que es la principal meta de la producción capitalista.

Por tanto, este trabajo no sólo proporcionará una mirada fresca a los hechos estilizados, sino que también observará algunas regularidades que relacionan la producción de CO₂ con el crecimiento económico. Las emisiones de CO₂ son un subproducto de la producción de PIB. Es una producción conjunta en la que el proceso económico no determina un precio, positivo o negativo, del producto malo al tiempo que la sociedad tiene que enfrentar sus efectos negativos.

El análisis del crecimiento económico en este trabajo abarca sólo los cambios cuantitativos en la producción y la productividad, sin abordar los cualitativos fundamentales en la naturaleza y la vida de las personas asociados con el crecimiento económico y el desarrollo. Hay una literatura creciente que abarca desde el desarrollo sustentable (Smith y Gareth, 1998), el de capacidades humanas (Drèze y Sen, 2002), la economía feminista (Peterson y Lewis, 1999) y la verde (Cato, 2009) hasta el decrecimiento (Sekulova *et al.*, 2013), que señalan las limitaciones de interpretar el PIB como una medida de producto bueno.

Las *Extended Penn World Tables* son la fuente de datos del PIB, de sus componentes, del número de trabajadores y del acervo de capital fijo neto estandarizado, mientras que para las emisiones de CO₂ la fuente es Boden, Marland y Andres (2010). Los datos que empleamos tienen limitaciones importantes, pues suponen una medida única de producto, trabajo y capital. Por ejemplo, no toman en consideración la calificación del trabajo y su composición en términos de esta calificación. No distinguen entre las variaciones en la medida

de capital, resultantes de cambios en el precio y la composición del acervo de bienes de capital, de las variaciones debidas a cambios uniformes en la cantidad de bienes de capital de cada tipo, un tema que surgió en los debates de *Cambridge* sobre capital. No obstante, cabe señalar que en los datos agregados hay regularidades que implican un problema de descripción y explicación para cualquier perspectiva teórica.

El trabajo está organizado de la siguiente manera: en el siguiente apartado presentamos los hechos estilizados de Kaldor y las regularidades del crecimiento del marxismo clásico. A continuación discutimos un sistema simple para analizar la producción y el cambio técnico, para proseguir con un análisis de la relación entre insumo y producto para 1973 y 2006. Después revisamos los patrones mundiales de cambio técnico y analizamos la evidencia de la curva ambiental de Kuznets, para luego estudiar la evolución de la producción de los productos bueno y malo, la técnica de producción y la intensidad de las emisiones para el mundo y las economías regionales entre 1973 y 2006. Finalizamos presentando de manera breve las regularidades empíricas principales discutidas en el trabajo.

HECHOS ESTILIZADOS DEL DESARROLLO CAPITALISTA

La concepción de que los teóricos deben iniciar sus modelos a partir de hipótesis basadas en hechos estilizados que resuman “las tendencias amplias, ignorando los detalles individuales y procedan con el método ‘como si’” fue señalada por Kaldor (1961: 178). Desde esta perspectiva, los “hechos estilizados” deben proporcionar al investigador las principales características del fenómeno en estudio, guiándole en la construcción del modelo. Además, si los hechos estilizados son fenómenos observables de la naturaleza, el modelo final también debe poder reproducirlos o por lo menos a la mayoría de ellos. En este sentido, los hechos estilizados son tanto el punto de partida como el de llegada del modelo.

Kaldor (1961) sugirió seis hechos estilizados del crecimiento económico en las sociedades capitalistas como el punto de partida para la construcción de los modelos de crecimiento económico:

- 1) La producción y la productividad del trabajo se incrementan con una tasa de crecimiento más o menos constante en el largo plazo.
- 2) El capital por trabajador también crece con una tasa más o menos constante en el largo plazo.

- 3) La razón capital-producto ha sido estable en el largo plazo.
- 4) La distribución del ingreso entre salario y utilidades ha sido también estable.
- 5) La tasa de ganancia ha sido estable en el largo plazo, particularmente en las sociedades capitalistas desarrolladas.
- 6) Hay diferencias apreciables en las tasas de crecimiento del producto y la productividad del trabajo entre países.

Mientras que se acepta que la producción, la productividad del trabajo y el capital por trabajador se han incrementado en el tiempo, su tasa de crecimiento ha cambiado en el largo plazo. Además, los hechos 3 y 4 son controversiales tanto empírica como teóricamente.

La literatura sobre el modelo neoclásico de crecimiento sugiere un patrón de declinación de la productividad del capital, medida por la razón capital-producto, en el proceso de convergencia hacia el estado estable y con una relación estable entre los insumos capital y trabajo en la función de producción (Solow, 1970; Mankiw, Romer y Weil, 1992). La tradición en el marxismo clásico sugiere que la declinación de la productividad del capital resulta de sesgos del cambio técnico (Duménil y Lévy, 1995; Foley y Michl, 1999; Marquetti, 2003).

Smith, Ricardo y Marx veían la caída de la tasa de ganancia con la acumulación de capital y con el crecimiento económico como una tendencia de largo plazo del sistema capitalista. En el siglo XIX esta tendencia se aceptó como una tendencia amplia del crecimiento de la economía capitalista.

Para Smith la tasa de ganancia tiende a declinar debido al incremento de la competencia entre capitalistas conforme el país se hace más rico con el proceso de acumulación. Ricardo explicó la caída de la tasa de ganancia en términos de la disminución de los rendimientos debido a la escasez de recursos naturales como tierras fértiles disponibles y depósitos minerales de fácil extracción. La acumulación de capital y el crecimiento poblacional llevan a un mayor uso de recursos naturales que, debido a la disminución de los rendimientos, reduce la productividad del trabajo, incrementa las rentas y los salarios y provoca una caída de la tasa de ganancia. Ricardo reconoció que el cambio técnico que permite economizar en el uso de recursos naturales escasos puede incrementar temporalmente la productividad del trabajo y la tasa de ganancia, pero previó la eventual paralización final de la acumulación de capital como un resultado del incremento de la renta y la caída de la tasa de ganancia a cero.

Marx criticó la explicación de Ricardo sobre la tendencia de la tasa de ganancia a caer, sobre la base de que ignoró los poderosos incentivos para el cambio

técnico inherentes al modo de producción capitalista. Marx veía a las economías capitalistas como generadoras sistemáticas de cambio técnico para superar los rendimientos decrecientes de factores de la producción escasos y rechazó la explicación de Ricardo de la tasa de ganancia decreciente como resultado de una caída en la productividad del trabajo y del incremento de la renta debido a la escasez de recursos. Marx argumentó que la tendencia a la caída de la tasa de ganancia sostenida en los escritos de la larga tradición de la economía política que lo antecedieron tenía que explicarse en conjunto con el incremento de la productividad del trabajo debido al cambio técnico inducido.

Marx considera que en el proceso de competencia los capitalistas adoptarán cambios técnicos para reducir los costos de producción al salario real vigente para obtener una tasa de ganancia por encima del promedio. Marx vio este proceso como un motor potente de la revolución tecnológica de la producción capitalista. Si los salarios reales se incrementan a la par de la productividad del trabajo —lo que ha sido, de hecho, la experiencia histórica de las economías capitalistas y que corresponde a una participación constante del salario en el ingreso nacional o a un valor relativo constante de la fuerza de trabajo en términos de Marx (Foley, 1986)—, el proceso de mecanización puede generar una caída en la tasa de ganancia. Marx resumió su visión del desarrollo de largo plazo del modo de producción capitalista en sus teorías de la plusvalía relativa y de la caída de la tasa de ganancia. Dicho en términos modernos, Marx observó un sesgo sistemático del cambio técnico hacia el ahorro de trabajo y el mayor uso de capital como el patrón típico del desarrollo capitalista. De acuerdo con Marx, el sesgo del cambio técnico no es otra cosa que el ahorro de trabajo y el mayor uso de capital (Foley y Michl, 1999).

En la economía capitalista, el incentivo que tienen los capitalistas para descubrir y adoptar nuevas técnicas de producción son las expectativas de ganancias mayores a los precios actuales, lo que Foley y Michl (1999) denominan cambio técnico viable, resulta en una expansión del uso de máquinas, equipos, recursos naturales y energía. El resultado es la expansión en la producción del producto bueno que permite a los capitalistas obtener una tasa de ganancia por encima de lo normal y la generación de productos indeseables en forma de contaminación y desperdicio. Además, cuando se generaliza, el cambio técnico lleva a una mayor y permanente explotación de la naturaleza, aun cuando la rentabilidad baja, lo que a su vez lleva a una nueva ronda de innovación tecnológica.

Por tanto, la teoría clásica-marxista de la caída de la tasa de ganancia esperaría las siguientes tendencias de largo plazo de la economía capitalista:

- 1) Un incremento en la producción del producto bueno y del producto malo y en la productividad del trabajo.
- 2) Un incremento en la relación capital-trabajo.
- 3) Un incremento en la razón capital-producto.
- 4) Un incremento en el salario real.
- 5) Una caída en la tasa de ganancia.

UN SISTEMA PARA ESTUDIAR LA PRODUCCIÓN Y EL CAMBIO TECNOLÓGICO

Para estudiar las tendencias más generales del crecimiento económico consideramos un único proceso de producción con rendimientos constantes a escala que produce un producto bueno X y uno malo B , y que utiliza como insumos capital físico homogéneo (K) y trabajo (N). El producto bueno corresponde al PIB de toda la economía, que es igual a la producción bruta total, incluyendo la depreciación de capital fijo (D), valuado a precios monetarios menos los insumos intermedios, materias primas y materias auxiliares, de la producción. La principal fuente de contaminación surge del uso de insumos intermedios específicos como petróleo, carbón y productos químicos en el proceso de producción. Una fracción d de la masa de capital se deprecia cada periodo de producción y la depreciación total es igual a $D = dK$. El cuadro 1 muestra cómo se lleva a cabo la producción en esta economía.

CUADRO 1
El proceso de producción insumo-producto

<i>Insumos</i>		<i>Productos</i>		
Capital K	Trabajo N	Bueno X	Malo B	Capital $K-D$

Una técnica de producción se describe mediante la intensidad del capital (k), la relación entre el acervo neto de capital normalizado y el insumo trabajo; la productividad del trabajo (x), la relación entre el producto bueno y el insumo de trabajo; las “emisiones por trabajador” (b), la relación entre el producto malo y el insumo de trabajo, y la tasa de depreciación (d), es decir, mediante k , x , b y d .

La productividad del capital (p) se calcula como la relación entre el producto bueno y el acervo neto de capital normalizado. Las intensidades de las emisiones quedan medidas como la emisión por unidad de capital (a), la relación entre el producto malo y el acervo de capital, y la emisión por unidad de producto (o), la relación entre el producto malo y el producto bueno. El cuadro 2 presenta la matriz insumo-producto de esta economía.

CUADRO 2
Los coeficientes de insumo-producto

<i>Insumo</i>		<i>Productos</i>		
Capital	Trabajo	Bueno	Malo	Capital
k	1	x	b	$(1 - d)k$

El producto bueno se distribuye como salario (W) y ganancia bruta (Z). La participación del salario ($1 - \pi$) representa el porcentaje de producto bueno recibido por los asalariados. El salario real (w) se mide por la relación entre el salario total y el insumo de trabajo. La tasa de ganancia bruta (v) se mide como la participación de la ganancia en el producto (π), multiplicada por la productividad del capital (p). El producto bueno es utilizado para consumo por los asalariados y los capitalistas o para inversión, principalmente por los capitalistas. La acumulación de capital incrementa la capacidad de producción de ambos productos. El producto malo se dispersa en la atmósfera y con el tiempo se ha estado acumulando a tal punto que a la fecha está ocasionando problemas de salud, cambios climáticos y costos económicos.

Es posible calcular la tasa de crecimiento de cualquiera de las variables planteadas. Expresaremos la tasa de crecimiento de cualquiera de las variables, por ejemplo, la productividad del trabajo como $g_x = \Delta x/x$, de manera que $g_p = \Delta p/p$ es la tasa de crecimiento de la productividad del capital; $g_k = \Delta k/k$, la tasa de crecimiento de la intensidad de capital; $g_b = \Delta b/b$, la tasa de crecimiento de las emisiones por trabajador; $g_a = \Delta a/a$, la tasa de crecimiento de las emisiones por unidad del capital, y $g_o = \Delta o/o$, la tasa de crecimiento de las emisiones por unidad de producto.

Para el producto bueno el cambio técnico al nivel macroeconómico se refleja en los movimientos de la productividad del trabajo y de la productividad del capital. El ahorro puro de trabajo o el cambio técnico neutral de Harrod corresponde a un incremento en la productividad del trabajo ($g_x > 0$) acompa-

ñado por una productividad del capital constante ($g_p = 0$). El ahorro de capital puro o el cambio técnico neutral de Solow corresponde a un incremento de la productividad del capital ($g_p > 0$) y a una productividad del trabajo constante ($g_x = 0$). De igual forma, el ahorro de insumos o cambio técnico neutral de Hicks corresponde a un cambio idéntico en la productividad del trabajo y la productividad del capital ($g_x = g_p$). El cambio técnico que combina ahorro de trabajo ($g_x > 0$) y mayor uso de capital ($g_p < 0$) es el que Foley y Michl (1999) denominaron cambio técnico sesgado de Marx.

Los vínculos entre los cambios técnicos en el producto bueno y en el producto malo pueden establecerse considerando las siguientes identidades:

$$x = (X/N) = (X/B) (B/N) = b/o$$

$$p = (X/K) = (X/B) (B/K) = a/o$$

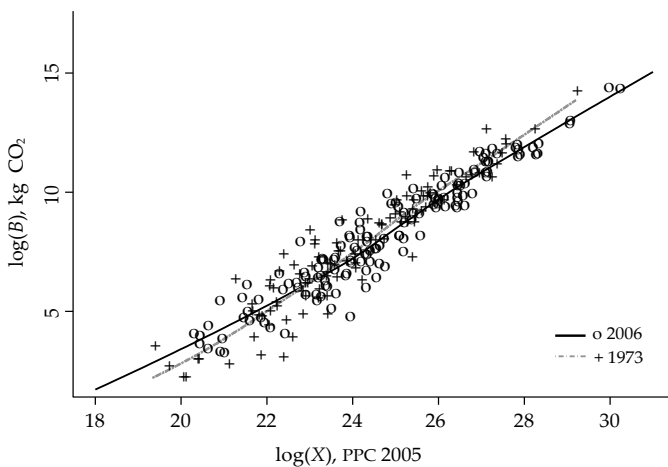
Nótese que, en términos de tasas de crecimiento, tenemos $g_x = g_b - g_o$ y $g_p = g_a - g_o$, por lo tanto $g_x - g_p = g_b - g_a$. El cambio técnico neutral de Harrod implica $g_x = g_b - g_a > 0$; el cambio técnico neutral de Solow, $g_p = g_a - g_b > 0$; el cambio técnico neutral de Hicks, $g_a = g_b$, y el cambio técnico sesgado de Marx, $g_x + g_p = g_b - g_a > 0$.

LAS RELACIONES EN LA PRODUCCIÓN DE UN PRODUCTO BUENO Y UN PRODUCTO MALO

Para investigar los hechos estilizados en la producción de un producto bueno y uno malo empleamos un panel de datos con 103 observaciones para 1973 y con 142 observaciones para 2006. El producto bueno es el PIB medido en dólares internacionales, paridad de poder de compra (PPC) de 2005 (en adelante PPC 2005), obtenido de Heston, Summers y Aten (2009). El insumo trabajo se mide como el número de trabajadores, y también se tomó de estos autores. El acervo neto de capital fijo normalizado se mide en las mismas unidades monetarias que el producto bueno. El producto malo es el CO₂ emitido en el proceso de producción y procede de Boden, Marlan y Andres (2010), obtenido del *Carbon Dioxide Information Analysis Center* (CDIAC), que se ha convertido en la fuente estándar en los trabajos referentes al tema. La fuente de los datos y la metodología para obtener las variables utilizadas en este trabajo se describe en el apéndice A.

Iniciamos observando la relación entre el producto bueno y el producto malo y los insumos. La gráfica 1 muestra el diagrama de dispersión de los logaritmos de X y B para 1973 y 2006 y las regresiones locales estimadas para ambos años. Se observa una fuerte asociación positiva en la producción de ambos productos: la expansión del PIB va acompañada por una más alta emisión de CO_2 . La regresión local es un método no paramétrico para ajustar curvas y superficies suavizando los datos que proponen Stone (1977), Cleveland (1979) y Loader (1999), entre otros. Las regresiones locales calculan mínimos cuadrados ponderados para los datos en cada uno de los puntos en el conjunto, con ponderaciones que caen abruptamente con la distancia entre el punto en cuestión y los otros puntos del conjunto. El ajuste de la regresión local se hace robusta al calcular ponderaciones robustas que declinan de manera aguda con el tamaño del residuo para cada uno de los puntos de los datos del ajuste de la regresión local, y luego iterando la regresión local con estas ponderaciones robustas. El apéndice B proporciona mayor información con respecto a la regresión local.

GRÁFICA 1
Diagrama de dispersión de los logaritmos del producto bueno y el producto malo

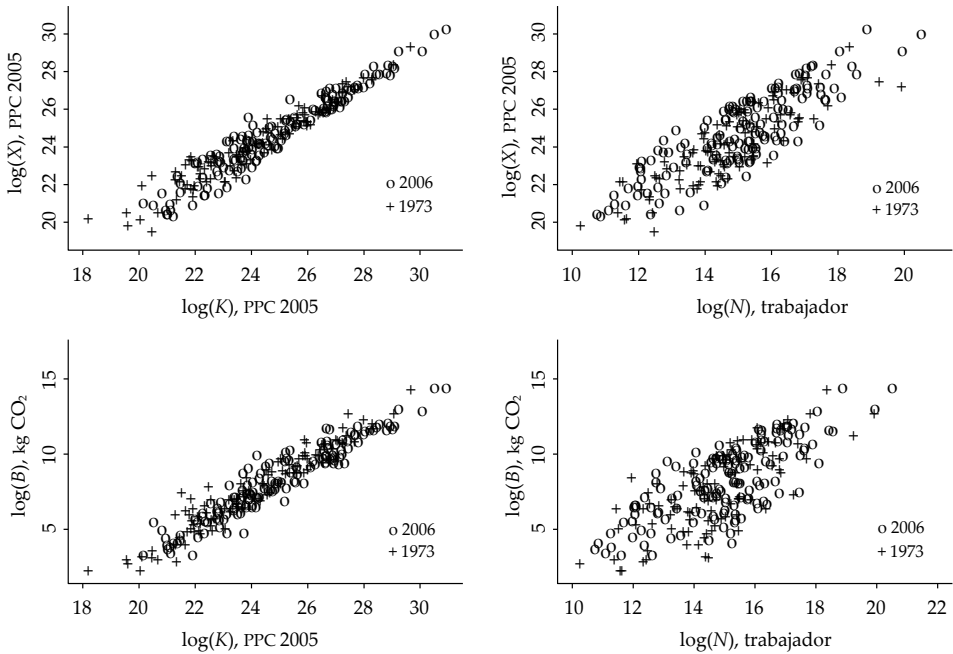


Fuente: apéndice A.

La gráfica 2 muestra las relaciones de los productos y los insumos para 1973 y 2006. La gráfica superior izquierda presenta las observaciones para X y K , mientras que la inferior izquierda despliega las observaciones para B y K . Un

incremento en el acervo de capital fijo neto normalizado hace que se incremente el monto producido del PIB y de CO₂. La gráfica superior derecha exhibe las observaciones para X y N y la inferior derecha presenta las observaciones para B y N . La expansión de los insumos del trabajo también incrementa el producto bueno, aunque es menos evidente la relación entre el número de trabajadores y las emisiones de CO₂, en la medida en que las observaciones están más dispersas.

GRÁFICA 2
Diagrama de dispersión de los logaritmos del producto bueno, del producto malo y de los insumos



Fuente: apéndice A.

El cuadro 3 despliega los datos de la producción del producto bueno y el producto malo y del empleo de insumos para los 20 principales productores de CO₂.¹ Hay una fuerte correlación positiva en la producción de ambos productos.

¹ A los 142 países en la base de datos con información completa de insumos y productos se agregaron Rusia y Alemania.

CUADRO 3
Productos e insumos para los 20 principales emisores de CO₂ en 2006

País	X			B			K			N		
	ppc 2005	Posición	1 000 m ³	Posición	ppc 2005	Posición	ppc 2005	Posición	Trabajadores	Posición		
China	9 785 768 502 663	2	1 664 589	1	1 707 438 1324 763	2	780 806 491	1				
Estados Unidos	12 738 526 368 903	1	1 568 806	2	26 099 030 489 978	1	152 146 919	3				
Rusia ^{a/}	1 764 646 974 765		426 728		n.d.		74 032 623					
India	3 978 728 423 020	3	411 914	3	4 775 081 786 013	4	441 001 309	2				
Japón	3 892 953 748 977	4	352 748	4	11 026 086 488 997	3	66 437 227	7				
Alemania ^{a/}	2 513 585 234 026		219 570		n.d.		41 548 372					
Reino Unido	1 887 495 097 156	5	155 051	5	3 287 560 981 983	8	29 952 946	15				
Canadá	1 153 839 361 010	12	148 549	6	2 394 485 622 146	10	17 657 891	26				
República de Corea	1 105 523 658 095	13	129 613	7	3 570 048 159 740	7	23 891 803	21				
Italia	1 651 612 008 274	8	129 313	8	4 149 907 526 999	5	24 534 759	20				
Irán	644 803 815 297	15	127 357	9	1 102 291 120 007	17	24 894 740	18				
México	1 176 990 933 167	10	118 950	10	2 186 045 091 613	11	44 277 209	9				
Sudáfrica	478 233 230 452	24	113 086	11	362 615 144 016	41	17 286 610	27				
Francia	1 850 543 627 810	6	104 495	12	3 879 296 479 640	6	28 435 365	16				
Arabia Saudita	5 49 321 728 993	22	104 063	13	409 231 441 231	36	9 623 589	41				
Australia	717 184 943 122	14	101 458	14	1 724 428 517 986	13	10 654 958	36				
Brasil	1 776 818 906 346	7	96 143	15	1 956 182 681 799	12	96 771 808	5				
España	1 223 615 162 128	9	96 064	16	3 117 804 030 508	9	19 787 109	23				
Indonesia	1 167 412 978 527	11	90 950	17	1 444 560 919 165	14	111 293 017	4				
Polonia	520 104 660 715	23	86 787	18	876 239 388 382	20	17 172 414	28				

Nota: n.d. información no disponible. a/ No se calculó la posición de Rusia ni de Alemania.

Fuente: apéndice A.

China y Estados Unidos producen cerca de un tercio del producto bueno y 43% del CO₂ mundial. Los 20 principales emisores de este compuesto son responsables de tres cuartas partes del PIB mundial y de 84% de las emisiones. Asimismo, hay una fuerte correlación entre el uso de los insumos, particularmente capital fijo, y la producción de producto bueno y producto malo. Las principales excepciones son Sudáfrica, cuyo sistema de energía utiliza carbón, y Arabia Saudita, el mayor productor de petróleo en el mundo.

La gráfica 3 es una representación tridimensional de los logaritmos de cada uno de los productos y de los insumos. Utilizamos el método de regresión local no paramétrica para estimar ambas partes de la gráfica. El análisis de la parte superior deja ver que la producción del producto bueno se incrementa con el empleo de cualquiera de los insumos. En la parte inferior se muestra que la producción del producto malo CO₂ se incrementa mucho más rápidamente con la expansión del acervo del capital fijo neto normalizado que con el incremento en los insumos del trabajo.

Las elasticidades estimadas del producto bueno y el producto malo con respecto al trabajo y el capital para 2006 que se presentan en el cuadro 4 dan apoyo a los resultados visuales de las gráficas 2 y 3. La elasticidad del capital es mucho mayor en la producción del producto malo que en la del producto bueno. De esta forma, las emisiones de CO₂ se incrementan con mayor rapidez con la expansión del capital que con los insumos del trabajo.

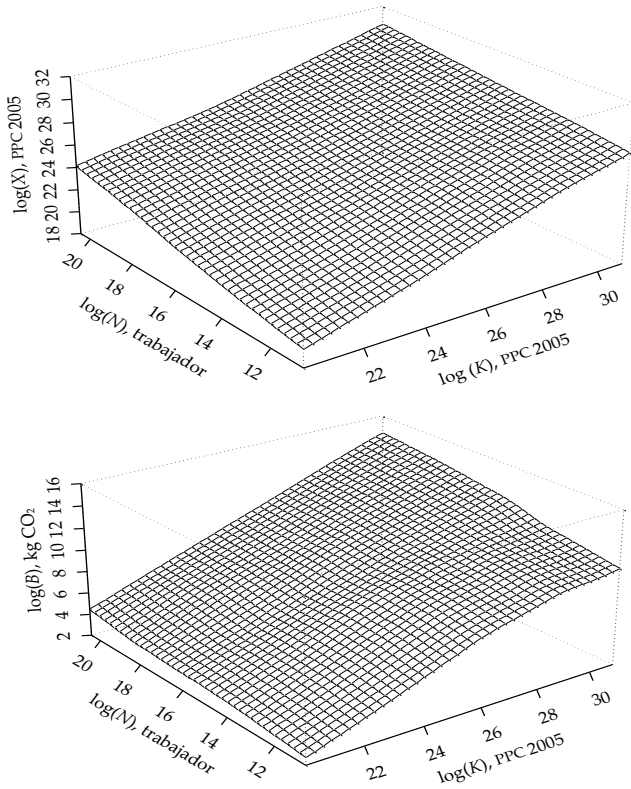
Hay otros tres resultados importantes de las estimaciones. Primero, la elasticidad calculada del producto bueno y el producto malo con respecto al capital es mayor en comparación con la calculada respecto al trabajo; segundo, la producción de producto malo y producto bueno presenta rendimientos constantes de escala, y tercero, las elasticidades estimadas del producto bueno con respecto al trabajo y al capital son consistentes con otros trabajos (Romer, 1987; Marquetti, 2007).

PATRONES MUNDIALES DE CRECIMIENTO Y CAMBIO TÉCNICO

La base de datos nos permite investigar los patrones de cambio técnico a la par de la trayectoria del crecimiento económico. En la parte superior de la gráfica 4, a la izquierda se despliega la relación entre la productividad del trabajo y la razón capital-trabajo, y en el lado derecho entre la productividad del trabajo y la productividad del capital, para 1973 y 2006. En la parte inferior sustituimos la productividad del trabajo por emisiones por unidad de trabajo.

GRÁFICA 3

Diagrama tridimensional: logaritmos de los productos y de los insumos



Fuente: apéndice A.

CUADRO 4

La elasticidad estimada del producto bueno y el malo con respecto al trabajo y al capital, 2006

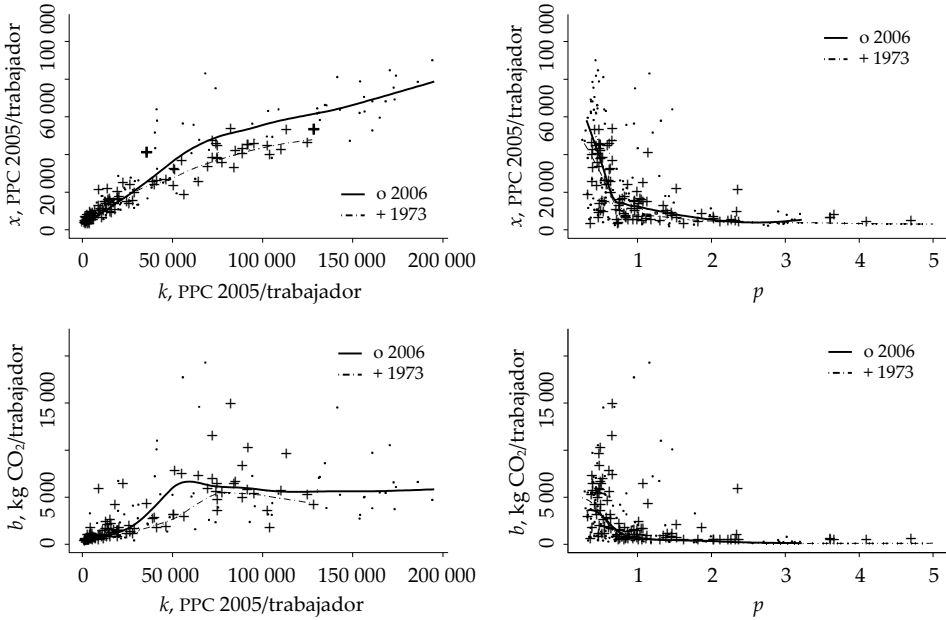
	$\log(X)$	$\log(B)$
Constante	2.55 (7.30)	-17.11 (-25.13)
$\log(N)$	0.343 (13.57)	0.154 (3.11)
$\log(K)$	0.682 (33.22)	0.915 (23.05)
R^2	96.8%	91.0%
N	142	142

Nota: estadístico t entre paréntesis.

Fuente: apéndice A.

Los datos se ajustan utilizando regresiones locales para comparar los cambios en las relaciones entre estas variables en el periodo de tres decenios.

GRÁFICA 4
Diagrama de dispersión de las variables técnicas



Fuente: apéndice A.

Los datos para 1973 y 2006 dejan ver que en el curso del crecimiento económico se presenta una forma cóncava en la relación entre la productividad del trabajo y la razón capital-trabajo y una relación con una pendiente descendente entre la productividad del trabajo y la productividad del capital en la economía mundial. Hay algunas excepciones, representadas por puntos, que corresponden a datos que caen fuera del conglomerado principal; estos puntos extremos son principalmente observaciones correspondientes a los países exportadores de petróleo. Este resultado es consistente con la visión de que el sesgo de Marx, de mayor ahorro de trabajo y de mayor uso de capital, es un patrón típico del desarrollo económico capitalista. Además, es posible observar una posición más alta en las curvas de la regresión de 2006 con respecto a la de 1973 en las gráficas de la izquierda, lo que sugiere un incremento en la productividad del trabajo para ambos productos.

En la parte inferior izquierda se muestra que la emisión por trabajador se incrementa con la razón capital-trabajo; luego, después de alcanzar un cierto umbral, se estabiliza o incluso comienza a declinar. Este resultado es consistente con una curva ambiental de Kuznets. Sin embargo, las emisiones de CO₂ por trabajador en países con alta razón capital-trabajo son mucho mayores en comparación con aquellos en que dicha razón es baja. La parte inferior derecha despliega una correlación negativa entre la emisión por trabajador y la productividad del capital. Los puntos que caen fuera del conglomerado principal corresponden a observaciones de países exportadores de petróleo.

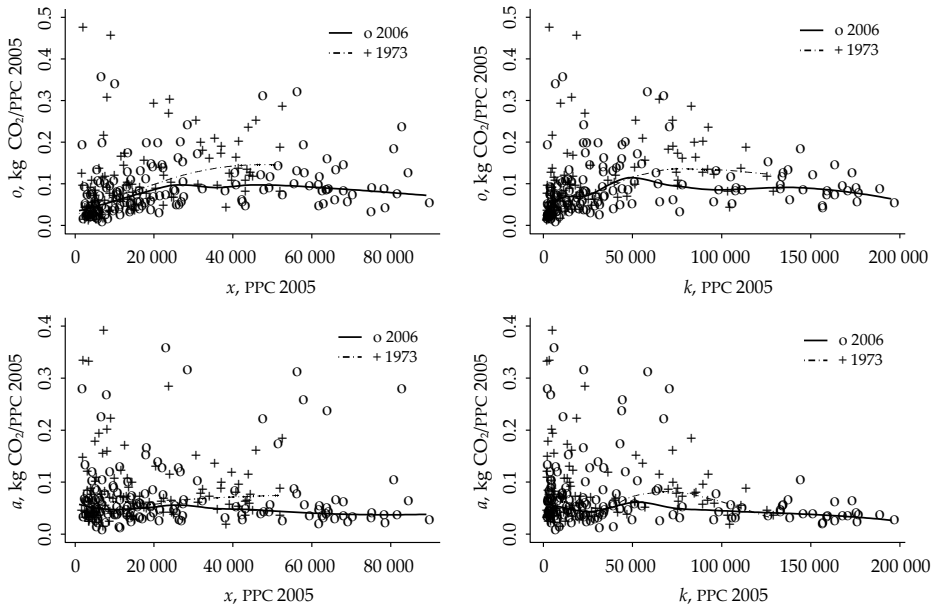
Los datos de 1973 y de 2006, muestran que en el proceso de crecimiento económico hay una forma cóncava entre las relaciones de la productividad del trabajo y de la emisión por trabajador con la intensidad del capital y una caída de la productividad del capital al aumentar la productividad del trabajo y la emisión por trabajador. Este patrón resulta consistente con el patrón de cambio técnico sesgado de Marx.

La gráfica 5 profundiza más en la investigación de la curva ambiental de Kuznets al observar las emisiones por unidad de producto y por unidad de capital, relacionándolas con la productividad del trabajo y la razón capital-trabajo. Se ajustaron los datos empleando regresiones locales robustas. En las gráficas superiores, las emisiones por unidad de producto muestran una curva en forma de U invertida en la trayectoria del crecimiento económico, consistente con la curva ambiental de Kuznets. La serie de valores extremos básicamente corresponden a observaciones de países petroleros ricos. Los precios bajos de la energía parecen resultar en altas emisiones de dióxido de carbono. Las gráficas inferiores presentan los datos para los pares (a, x) y (a, k) y los ajustes de las regresiones lineales locales. El apoyo para la hipótesis de una curva ambiental de Kuznets es débil en estos casos. Las emisiones por unidad de capital parecen ser más bajas con relaciones capital-trabajo altas y con productividades del trabajo elevadas.

CRECIMIENTO Y CAMBIO TÉCNICO EN EL MUNDO Y EN LAS ECONOMÍAS REGIONALES

El producto bueno y el producto malo son un resultado social. No obstante, mientras el bueno pertenece a un país específico y se distribuye entre sus habitantes, el malo no está atado a ningún país o región; el CO₂ se dispersa en el planeta. Más aún, como en el caso del producto bueno, la producción del malo

GRÁFICA 5
La curva ambiental de Kuznets



Fuente: apéndice A.

está desigualmente distribuida entre los países y regiones del mundo, acrecentando las dificultades para lograr una coordinación internacional para reducir las emisiones de gases de efecto invernadero. Es importante investigar los datos de producción y de cambio técnico para el mundo y las economías regionales.

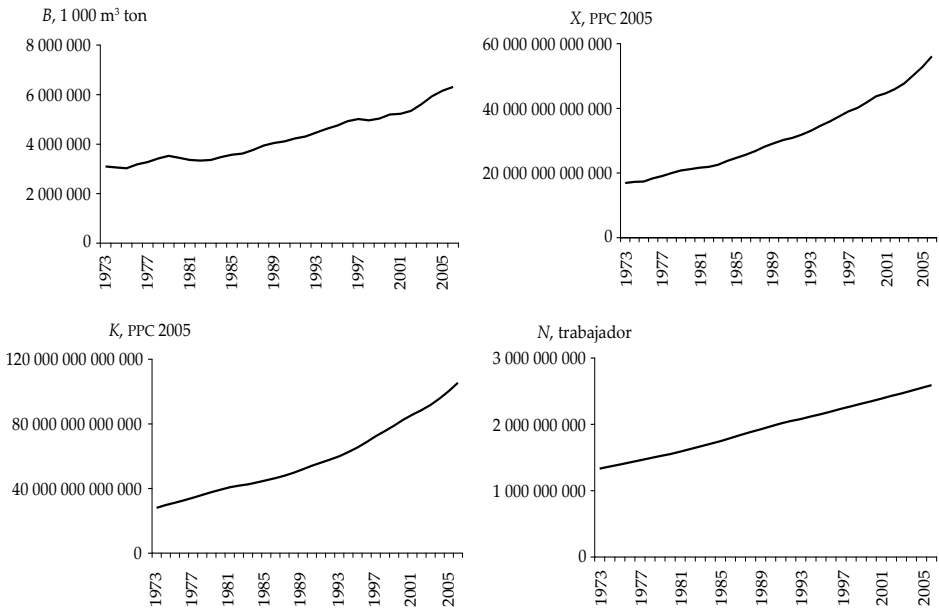
La “economía mundial”, que podemos agrupar a partir de los datos que tenemos, está constituida por 82 países; la principal limitación es la exclusión de la mayoría de los países ex socialistas y de Alemania. Hay información para el periodo 1973-2006. La Federación Rusa y Alemania eran el cuarto y sexto lugar, respectivamente, entre los mayores productores de CO₂ en 2006. Los países en nuestra economía mundial fueron responsables de 75% del total de emisiones de CO₂ en 2006.

La gráfica 6 muestra la evolución en la producción de los productos bueno y malo y en la de los insumos de capital y de trabajo para la economía mundial. Se puede observar un crecimiento en la producción de ambos productos durante el periodo 1973-2006. La producción del PIB se multiplicó por 3.3, mientras que la de CO₂ se duplicó. El número de trabajadores también se duplicó y el acervo

de capital fijo neto normalizado se multiplicó por 3.7. A Asia le correspondió la mayor parte de estas expansiones, ya que respondió al 76% del incremento de la producción de CO₂, 52% de la expansión del PIB, 50% de la del insumo capital y 66% de la del número de trabajadores. Las industrias intensivas en el uso de carbón están siendo relocalizadas en Asia, particularmente en China.

GRÁFICA 6

La producción del producto bueno y del producto malo y uso de los insumos capital físico y trabajo en la economía mundial y las economías regionales



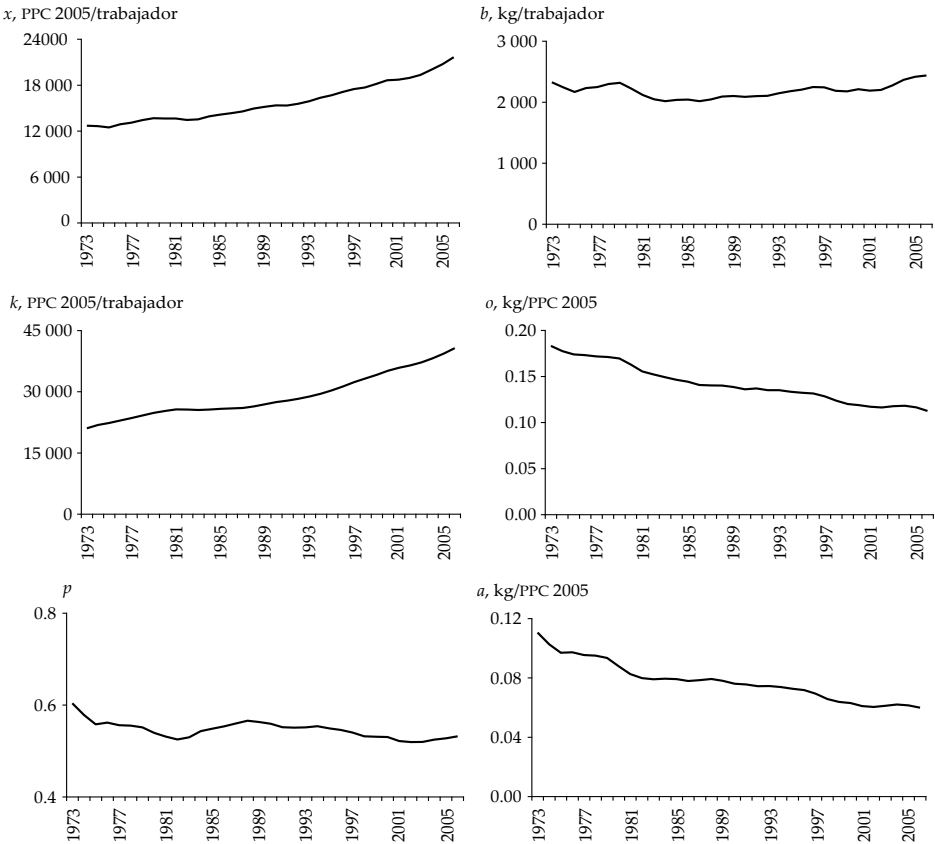
Fuente: apéndice A.

Davis y Caldeira (2010) investigaron las emisiones de CO₂ relacionadas con el consumo de bienes y servicios por país. La producción de CO₂ difiere de la contabilidad basada en el consumo, debido a las importaciones y las exportaciones de bienes y servicios. Sus resultados muestran que 23% de las emisiones mundiales de CO₂ en 2004 fueron comerciadas internacionalmente, sobre todo como exportaciones de los países en desarrollo hacia los desarrollados.

La gráfica 7 despliega la evolución de las variables técnicas del producto bueno, k , x y p , y las variables de intensidades de emisión, b , o y a , para la economía mundial en el periodo 1973-2006. Se observa que la productividad del trabajo

y la razón capital-trabajo se incrementan, mientras que la productividad del capital declina a lo largo del periodo estudiado. Esto indica que la economía mundial sigue en proceso de mecanización, expandiendo el acervo de capital por encima del producto bueno. A lo largo del periodo 1973-2006 hubo un patrón de cambio técnico sesgado de Marx.

GRÁFICA 7
Patrones de cambio técnico en el producto bueno e intensidades de emisión de CO₂ para la economía mundial, 1973-2006



Fuente: apéndice A.

La emisión de CO₂ por trabajador fue relativamente estable a lo largo del periodo estudiado, oscilando para la economía mundial entre 2 000 y 2 500 kg por trabajador. Comenzó a declinar a comienzos del decenio de 1980, para

incrementarse lentamente hasta finales del decenio 1990, cuando mostró una aceleración. La emisión por unidad de producto disminuyó en 1.5% anual y la emisión por unidad de capital en 1.9% anual entre 1973 y 2006 (véase el cuadro 5, que presenta los datos de las tasas de crecimiento anual de los productos, los insumos, las intensidades técnicas y las intensidades de emisión de la economía mundial y las economías regionales para el periodo en estudio); ambas variables también decrecen rápido hasta mediados del decenio de 1980. La caída en el precio de la energía proveniente de combustibles de origen fósil parece haber tenido un efecto en la reducción de la velocidad del cambio técnico en la producción de CO₂.

Asia despegó la tasa más alta de crecimiento en la producción del producto bueno y también del malo, seguida por África, mientras que Europa fue la región con las tasas de crecimiento más bajas. La expansión en el uso de insumos del capital también fue mucho mayor en Asia. El cambio técnico sesgado de Marx fue la forma dominante de cambio técnico en las regiones del mundo; las excepciones fueron América Latina que tuvo un estancamiento en el cambio técnico, y África, que mostró un incremento pequeño en la productividad del trabajo y en la productividad del capital. En relación con las intensidades de las emisiones llama la atención el fuerte incremento en las emisiones por trabajador en Asia. Sin embargo, la emisión por unidad de producto y la emisión por unidad de capital declinaron en todas las regiones del mundo en el periodo 1973-2006, con una fuerte declinación en Europa, Estados Unidos y Canadá.

CUADRO 5

Tasas de crecimiento anual de los productos, los insumos, las intensidades técnicas y las intensidades de emisión de la economía mundial y las economías regionales, 1973-2006 (porcentajes)

Región	<i>B</i>	<i>X</i>	<i>K</i>	<i>N</i>	<i>k</i>	<i>x</i>	<i>p</i>	<i>b</i>	<i>o</i>	<i>a</i>
El mundo	2.2	3.6	4	2	2	1.6	-0.4	0.1	-1.5	-1.9
África	3	3.5	3.1	2.7	0.4	0.8	0.4	0.3	-0.5	-0.1
Asia	4.4	5.1	5.6	2	3.6	3.1	-0.5	2.5	-0.7	-1.1
América Latina	2.8	3	3	2.9	0.1	0.1	0	-0.1	-0.1	-1.6
Oceanía	2.3	3.1	3.5	1.9	1.6	1.2	-0.4	0.4	-0.8	-1.2
Europa	0.1	2.3	2.5	0.8	1.8	1.6	-0.2	-0.6	-2.2	-2.4
Estados Unidos y Canadá	0.6	3	3.8	1.6	2.2	1.4	-0.8	-1	-2.4	-3.2

Nota: los totales podrían no sumar debido a que se redondearon las cifras.

Fuente: apéndice A.

CONCLUSIONES

Una de las mayores preocupaciones científicas y políticas en este momento es el posible efecto del calentamiento global para las próximas generaciones. Su principal causa es la emisión antropogénica de gases de efecto invernadero, particularmente CO₂ debido al uso de combustibles de origen fósil en el proceso de producción.

En este trabajo investigamos las regularidades del crecimiento económico, considerando que el proceso de producción implica la producción conjunta de un producto bueno y un producto malo (el PIB y la emisión de CO₂, debida al uso de combustibles de origen fósil, respectivamente). La literatura clásica-marxista y Kaldor (1957, 1961) sugieren algunos hechos estilizados del crecimiento económico del producto bueno. En dichos trabajos no se estudiaron los hechos estilizados del producto malo.

Es posible resumir los resultados en las siguientes regularidades:

- 1) La producción de un producto bueno y un producto malo se incrementa en el proceso de crecimiento económico; la producción del producto bueno se incrementa con el uso de los insumos trabajo y capital; la producción del producto malo crece con mayor velocidad con el empleo del insumo capital que con el empleo del insumo trabajo.
- 2) La productividad del trabajo y la razón capital-trabajo se incrementan, mientras la productividad del capital declina en el proceso de crecimiento económico, un resultado consistente con la concepción clásico-marxista del cambio técnico.
- 3) Las emisiones por unidad de producto y las emisiones por unidad de trabajo se incrementan en las primeras fases del crecimiento económico, pero declinan después de cierto umbral. Estos hallazgos resultan consistentes con la hipótesis de la curva ambiental de Kuznets.
- 4) Hay grandes diferencias en las tasas de crecimiento de la productividad del trabajo y de las emisiones por trabajador entre países y regiones.

Además, es posible indicar tres vías para reducir las emisiones de CO₂. Primero, incrementar la velocidad del cambio técnico en la producción del producto malo (las emisiones de CO₂ por unidad de producto han venido cayendo en 1.5% anual en los últimos decenios). Segunda, una producción más baja del producto bueno que podría resultar en una caída en el consumo y/o en la inversión. Tercera, regresar al uso de técnicas intensivas en fuerza de trabajo que reducirían la productividad del trabajo respecto a las técnicas de producción en uso.

Estos hallazgos preliminares sugieren varias líneas de investigación futura. Resultaría útil categorizar esta evidencia por niveles de desarrollo, geografía,

estructura de la producción y dimensiones de las economías nacionales. Asimismo, es importante analizar otros gases de efecto invernadero y su relación con la producción del producto bueno, e introducir explícitamente el consumo de energía por país. Este tipo de estudios podrían llevar a una comprensión más profunda de la relación entre emisiones de gases de efecto invernadero y el proceso de desarrollo económico.

REFERENCIAS

- Blades, D., 1993. Comparing Capital Stocks. En: A. Szirmai, B. Van Ark y D. Pilat, eds. *Explaining Economic Growth: Essays in honor of Angus Maddison*. Amsterdam: North-Holland.
- Boden, T., Marland, G. y Andres, B., 2010. *Global, Regional, and National Fossil-Fuel CO₂ Emissions*. [en línea] Oak Ridge: Carbon Dioxide Information Analysis Center, Oak Ridge National Laboratory. Disponible en: <http://cdiac.ornl.gov/trends/emis/tre_glob.html> (Consultado el 3 de febrero de 2010).
- Cato, M., 2009. *Green Economics: An Introduction to Theory, Policy and Practice*. Londres: Earthscan.
- Cleveland, W., 1979. Robust Locally Weighted Regression and Smoothing Scatterplots. *Journal of the American Statistical Association*, 74, pp. 829-36.
- Cleveland, W., 1993. *Visualizing Data*. Nueva Jersey: Hobart Press, Summit.
- Cleveland, W. y Devlin, S., 1988. Locally Weighed Regression: An Approach to Regression Analysis by Local Fitting. *Journal of the American Statistical Association*, 83, pp. 596-610.
- Davis, S. y Caldeira, K., 2010. Consumption-Based Accounting of CO₂ Emissions. [en línea] Washington: Proceedings of the National Academy of Science. Disponible en: <<http://www.pnas.org/content/early/2010/02/23/0906974107.full.pdf+html>> (Consultado el 10 de abril de 2011).
- Drèze, J. y Sen, A., 2002. *India: Development and participation*. Oxford: Oxford University Press.
- Duménil, G. y Lévy, D., 1995. A Stochastic Model of Technical Change: An application to the US economy (1869-1989). *Metroeconomica*, 46, pp. 213-45.
- Fan, J. y Gijbels, I., 1996. *Local Polynomial Modelling and its Applications*. Nueva York: Chapman & Hall.
- Foley, D., 1986. *Understanding Capital*. Cambridge: Harvard University Press.
- Foley, D. y Michl, T., 1999. *Growth and Distribution*. Cambridge: Harvard University Press.
- Groote, P., Albers, R. y de Jong, H., 1996. A Standardized Time Series of the Stock of Fixed Capital in the Netherlands, 1900-1995. University of Groningen, Groningen Growth and Development Centre, Research Memorandum GD-25.

- Heston, A., Summers, R. y Bettina, A., 2009. *Penn World Table Version 6.3*. Philadelphia: Center for International Comparisons of Production, Income and Prices, University of Pennsylvania. Disponible en: <<http://pwt.econ.upenn.edu8>> (Consultado el 3 de marzo de 2010).
- Hulton, C. y Wycoff, F., 1981. The Measurement of Economic Depreciation. En: C. Hulten, ed. *Depreciation, Inflation, and the Taxation of Income from Capital*. Washington: Urban Institute Book.
- Kaldor, N., 1957. A Model of Economic Growth. *The Economic Journal*, 67, pp. 591-624.
- Kaldor, N., 1961, Capital Accumulation and Economic Growth. En: H. Lutz, ed. *The Theory of Capital*, Londres: Macmillan.
- Kurz, H., 2006. Goods and Bads: Sundry observations on joint production, waste disposal, and renewable and exhaustible resource. *Progress in Industrial Ecology: An International Journal*, 3, pp. 280-301.
- Loader, C. 1999. *Local Regression and Likelihood*. Nueva York: Springer-Verlag.
- Mankiw, G., Romer, D. y Weil, D., 1992. A Contribution to the Empirics of Economic Growth. *Quarterly Journal of Economics*, 152, pp. 407-37.
- Marquetti, A., 2003. Analyzing Historical and Regional Patterns of Technical Change from a Classical-Marxian Perspective. *Journal of Economic Behavior & Organization*, 52, pp. 191-202.
- Marquetti, A., 2007. A Cross-Country non Parametric Estimation of the Returns to Factors of Production and the Elasticity of Scale. *Nova Economia*, 17, pp. 95-126.
- OCDE (Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos), 2001. *Measuring Capital*: OECD Manual. París: OCDE.
- Peterson, J. y Lewis, M., 1999. *The Elgar Companion to Feminist Economics*. Cheltenham: Edward Elgar.
- Romer, P., 1987. Crazy Explanations for the Productivity Slowdown. *NBER Macroeconomics Annual*, 2, pp. 163-210.
- Sekulova, F., Kallis, G., Rodríguez-Labajos, B. y Schneider, F., 2013. Degrowth: From theory to practice. *Journal of Cleaner Production*, 38, pp. 1-6.
- Smith, C. y Gareth, R., 1998. *Economic Development*. Basingstoke: Macmillan.
- Solow, R., 1970. *Growth Theory: An Exposition*. New York: Oxford University Press.
- Srinivasan, T., 1995. Long-run Growth Theories and Empirics: Anything new? En: T. Ito y A. Krueger, eds. *Growth Theories in Light of the East Asian Experience*, ed. Chicago: University of Chicago Press.
- Stern, N. et al., 2006. *The Stern Review of the Economics of Climate Change*. [en línea] Reino Unido: HP Treasury. Disponible en: <<http://www.hm-treasury.gov.uk>> (Consultado el 3 de abril de 2010).
- Stone, C., 1977. Consistent Nonparametric Regression, with discussion. *The Annals of Statistics*, 5, pp. 549-645.

APÉNDICE A

Fuente de los datos y metodología

A continuación se presenta la fuente de los datos y una descripción de la metodología para calcular las variables utilizadas. La *Penn World Table* (PWT) 6.3, PWT 6.3, es la fuente básica. La PWT 6.3 contiene una base de datos de cuentas nacionales, precios relativos y variables demográficas que permiten hacer comparaciones entre países y a lo largo del tiempo. Cubre el periodo 1950-2007 para algunos países, mientras que para otros inicia después de 1950 o termina antes de 2006. Para la lista de variables y la exposición de la metodología de la PWT, véase Heston, Summers y Aten (2009).

Los procedimientos para calcular las variables que componen la base de datos y que no se obtienen directamente de la PWT 6.3 se describen enseguida. La variable N representa el número de trabajadores. Se obtiene dividiendo la variable X entre el PIB real por trabajador, $rgdpw$, en la PWT 6.3. La variable X (\$/año) representa el PIB medido según la PPC de 2005. Se obtiene multiplicando las variables población y PIB real per cápita en PPC 2005 (*índice encadenado*), respectivamente, pop (000) y $rgdpch$ en la PWT 6.3. El resultado se multiplica por 1 000.

La variable K (\$/año) es nuestro acervo de capital fijo neto normalizado. Se obtiene mediante el Método de Inventarios Perpetuos (MIP), utilizando las series de inversiones calculadas a partir de la variable de participación de la inversión real (ki) en el PIB que presenta la PWT 6.3. Nuestro intento de estimar el acervo de capital presenta dos problemas importantes que implican fuertes simplificaciones. Primera, los datos de la inversión no se presentan por categorías de formación bruta de capital e incluye la formación bruta de capital residencial así como el cambio en inventarios. Segunda, la variable inversión se reporta para un periodo breve. La solución para estos problemas es considerar no sólo que todas las categorías de formación bruta de capital tienen la misma vida como activos, sino también que esta vida es muy breve.

El MIP que usamos sigue a Hulton y Wycoff (1981). La depreciación toma una forma geométrica. Hulton y Wycoff (1981: 94) calculan la tasa de depreciación (d) mediante la expresión $d = R/T$, donde R es el factor que define el grado de declinación de los balances debido a la depreciación y T es el promedio de vida del activo. El valor promedio que encontraron Hulton y Wycoff para R es de

1.65 para categorías de equipo y 0.91 para categorías de estructura. La R que nosotros utilizamos es 1.05. Calculamos T considerando que en la formación bruta de capital las categorías de equipo representan 20% y las categorías de estructura 80%. La vida del activo considerada fue de 14 años, lo que implica que la tasa de depreciación es de 7.5%. Calculamos el capital neto utilizando la expresión:

$$K_t = (1 - 0.075/2)I + \sum_i^T (1 - 0.075)^{(T-i)} I_{T-i}, i = 2, \dots, 14$$

donde I es la serie de inversión calculada a partir de las variables participación de la inversión real en el PIB, PIB real per cápita en dólares constantes (*índice encadenado*) y población en la PWT 6.3. Este procedimiento considera que los nuevos activos se ponen en servicio a mediados de año. Por lo que la depreciación de estos activos en el año 1 es igual a la mitad de la depreciación de los otros activos. La primera observación para el acervo de capital corresponde a 1963, para aquellos países cuya primera observación de inversión corresponde a 1950. Este es el procedimiento básico que adoptó el *US Bureau of Economic Analysis* (BEA). Un ejemplo de este procedimiento se explica en OCDE (2001: 100).

El acervo de capital que estimamos es la suma acumulada, depreciada, de la inversión agregada pasada. Hay ciertos problemas inherentes en este intento de extender la PWT. Primero está el problema de la calidad de los datos de inversión en la PWT; Srinivasan (1995) hace notar este problema. Segundo, nuestro procedimiento metodológico implica considerar una tasa de depreciación común y alta entre los países. Sin embargo, el supuesto de una tasa de depreciación común o de vida de los activos común está considerado como un primer paso para mejorar la comparabilidad internacional de estimaciones del acervo de capital (Groote, Albers y de Jong, 1996). El efecto de utilizar una vida de servicio breve es el de subestimar la dimensión del acervo de capital e incrementar la varianza de la tasa de crecimiento del acervo de capital. Sin embargo, como destaca Blades (1993: 404), “utilizar servicios de vida erróneos no introduce ningún sesgo sistemático en las tasas de crecimiento del acervo de capital”.

La variable k es la razón capital-trabajo calculada como la relación del acervo de capital estimado y la variable N ; sus unidades son \$2005 PPC/trabajador. La variable x representa la productividad del trabajo y tiene como unidades \$2005 PPC/trabajador; es la variable PIB real por trabajador-año, $rgdptw$, en la PWT 6.3.

La variable p es la productividad del capital (la razón producto-capital), que tiene como unidades 1/año. Se obtiene dividiendo X entre el acervo de capital estimado.

La variable B es la emisión de CO_2 obtenida de Boden, Marland y Andres (2010). Se mide en kilogramos de emisiones de CO_2 . Esta base de datos contiene información de emisiones nacionales de CO_2 a partir de la quema de combustibles de origen fósil, la producción de cemento y la quema de gas. La metodología que siguieron los autores para recopilar la información en la base de datos se describe en *Methods* en http://cdiac.ornl.gov/trends/emis/overview_2008.html. La variable a es la relación entre emisiones de CO_2 y nuestro acervo de capital, se expresa en $\text{kg CO}_2/\$PPC\ 2005$. La variable o es la relación entre emisiones de CO_2 y X , también se expresa en $\text{kg de CO}_2/PPC\ 2005$. La variable b es la relación entre B y N , tiene la unidad de $\text{kg CO}_2/\text{trabajador}$.

APÉNDICE B

Regresión local

La regresión local es un método no paramétrico que se emplea para suavizar y ajustar curvas y superficies. La idea básica del método puede expresarse considerando el modelo:

$$y_i = f(x_{1i}, x_{2i}, \dots, x_{ip}) + \varepsilon_i, \quad i = 1, \dots, n$$

donde y_i es la variable dependiente; x_{ip} son las variables independientes, y ε_i son los errores que, suponemos, están distribuidos normal e independientemente con media 0 y varianza constante σ^2 . El objetivo es estimar la función de regresión f directamente, sin referencia a formas funcionales previas.

La regresión local estima la función f para cada valor x en el espacio dimensional p empleando mínimos cuadrados ponderados. Esta estimación se obtiene definiendo una vecindad en el espacio de las variables independientes que comprenden un subconjunto de observaciones cercanas a x . La distancia de la vecindad queda definida por una banda κ , con $0 < \kappa \leq 1$. El ancho de la banda indica la proporción de puntos del total de observaciones consideradas en el cálculo de la función suavizada. Este ancho controla la suavidad del ajuste. La validación cruzada generalizada y el criterio de información de Akaike se usaron para definir el ancho de banda.

La banda define una vecindad en el espacio de las variables independientes; se ponderan los puntos en el espacio de acuerdo con su distancia a x . Los puntos cercanos a x tienen ponderaciones más grandes; los puntos más alejados de x tienen menor ponderación. La función de ponderación empleada en las estimaciones en este trabajo fue la función gaussiana. Asimismo, es necesario seleccionar el grado del polinomio de las variables independientes que ajustan la variable dependiente. En las aplicaciones de este trabajo el grado es igual a 1 ó 2. El grado del ajuste se eligió mediante una serie de gráficas de regresión local según lo recomendado por Loader (1999). Este procedimiento define el valor de la función estimada en x . Esto se repite para cada punto de interés para obtener la función estimada.

Loader (1999), Cleveland y Devlin (1988) y Cleveland (1993) sugieren una serie de gráficas para verificar los supuestos de normalidad y varianza constante de los valores residuos. La observación de estas gráficas sugiere que los residuos fueron homocedásticos.

Las propiedades estadísticas de la regresión local han sido estudiadas, lo que permite calcular intervalos de confianza y probar hipótesis. Cleveland y Devlin (1988) y Fan y Gijbels (1996) presentan los conceptos básicos de la inferencia estadística en la regresión local. En el presente trabajo el cálculo de los intervalos de confianza se computaron localmente, intervalos de confianza punto por punto. Loader (1999) discute la diferencia entre intervalos de confianza punto por punto e intervalos de confianza simultáneos.

Considerando que la regresión local proporciona un ajuste razonable para los datos en la ventana de suavización, la pendiente de la regresión local proporciona una buena estimación de la derivada (Loader, 1999: 101). El grado del polinomio debe ser al menos del orden de 1, o mayor que la derivada que se estimará. Es importante considerar que la estimación de la derivada es la pendiente del ajuste de la regresión local. Fan y Gijbels (1996) discuten las ventajas de la estimación de derivadas mediante regresión local, en relación con otros métodos Kernel.