



Balanceo de ecuaciones químicas usando propiedades de los vectores en el espacio tridimensional R^3

Balancing chemical equations using properties of vectors in the three-dimensional space R^3

Laura Méndez Gutiérrez¹, Pedro Peña Duarte² y Pedro Luis Peña Méndez³

Resumen

En la enseñanza de la química en educación secundaria y a nivel universitario se usan comúnmente tres métodos para comprender el balanceo de reacciones químicas por simple inspección, algebraico y el ion-electrón. El objetivo de este estudio es emplear las propiedades de los vectores en el espacio tridimensional R^3 para el ajuste de ecuaciones químicas, simples y complejas, libres de cargas, sin el uso software. El método se basa en transformar una ecuación química en una ecuación vectorial, partiendo de la ecuación vectorial y con el uso de las propiedades de los vectores en R^3 , se determinan los coeficientes estequiométricos con sistemas de ecuaciones lineales simples y fáciles de resolver; satisfaciendo la ley de la conservación de la masa en el balanceo de reacciones químicas. La novedad de este método de balanceo de ecuaciones químicas, es que los pasos son prácticos y el fundamento matemático no es tan complicado, para que sea utilizado como recurso didáctico alternativo para aquellos estudiantes que se les dificulte comprender los métodos de balanceo existente.

Palabras clave

Reacciones químicas, Ley de la conservación de la masa, ecuaciones químicas, ecuaciones vectoriales, balanceo de ecuaciones químicas, vectores en R^3 .

Abstract

In the teaching of chemistry in secondary education and at the university level, three methods are commonly used to understand the balancing of chemical reactions by simple inspection, algebraic and ion-electron. The objective of this study is to employ the properties of vectors in the three-dimensional space R^3 for the adjustment of simple and complex charge-free chemical equations, without the use of software. The method is based on transforming a chemical equation into a vector equation, starting from the vector equation and using the properties of the vectors in R^3 , the stoichiometric coefficients are determined with simple and easy to solve systems of linear equations; satisfying the law of conservation of mass in the balancing of chemical reactions. The novelty of this method of balancing chemical equations is that the steps are practical and the mathematical foundation is not so complicated, so that it can be used as an alternative didactic resource for those students who find it difficult to understand the existing balancing methods.

Keywords

Chemical reactions, law of conservation of mass, chemical equations, vector equations, balancing chemical equations, vectors in R^3 .

¹ Facultad de Ciencias e Ingeniería, Escuela de Ciencias Naturales y Exactas, Pontificia Universidad Católica Madre y Maestra (PUCMM). República Dominicana, Santiago. Correo: l.mendez@ce.pucmm.edu.do. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-7665-6191>.

² Escuela de Educación Matemática, Instituto Superior de Formación Docente Salomé Ureña (ISFODOSU). República Dominicana, Santiago. Correo: pedro.pena@isfodosu.edu.do. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-3746-0030>.

³ Facultad de Ciencias de la Salud, Escuela de Medicina, Universidad Autónoma de Santo Domingo (UASD). República Dominicana, Santiago. Correo: mendezp026@gmail.com. ORCID: <https://orcid.org/0009-0005-4479-4521>.

Introducción

El balanceo de las ecuaciones químicas, es uno de los contenidos que se imparte en la asignatura de química a nivel de secundaria y universitario para la comprensión de los temas de esta disciplina, en especial el tema de Estequiometría de la Reacción. Dado que el balanceo de reacciones químicas es un contenido de suma importancia en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la química, no es tan sencillo que los estudiantes lo entiendan rápidamente, debido al manejo de habilidades y estrategias para la determinación de los coeficientes estequiométricos, mediante los métodos de balanceo existentes (Croeu et al., 2007). Por tal razón, sigue siendo un reto que enfrentan los profesores al hacer que los estudiantes comprendan el balanceo de ecuaciones químicas de una manera fácil.

Para la química, una ecuación es la representación en símbolos de una reacción química que describe la transformación de sustancias químicas en otras sustancias químicas. Las sustancias que intervienen inicialmente en una reacción química se denominan reactivos y las nuevas sustancias formadas se llaman productos con propiedades diferentes a la de los reactantes, en otras palabras, se representa una ecuación química como una expresión de la forma: $aA + bB \rightarrow cC + dD$. Es decir, todos los átomos representados al lado izquierdo de la flecha deben estar también al lado derecho y ajustar los coeficientes estequiométricos de los reactantes y productos hasta que se cumpla la ley de la conservación de la masa.

Desde el punto de vista matemático una ecuación se interpreta como una igualdad entre dos objetos, donde uno de estos objetos hay una incógnita que debe ser hallada para resolver dicha ecuación. Mientras en química, la interpretación de una ecuación química, no es precisamente determinar una incógnita por medio de un despeje, si no es encontrar los coeficientes estequiométricos que permitan ajustar la cantidad de átomos de cada elemento a ambos lados de la ecuación.

Risteki (2010) expresa "balancear reacciones químicas no es química; es sólo álgebra lineal" (citado por Hamid, 2019, p.255). Desde un punto de vista científico, una reacción puede balancearse, ya que esta se genera en un espacio vectorial. Esta condición de espacio vectorial es necesaria y suficiente para balancear una reacción química (Hamid, 2019). No obstante, el uso de algoritmos matemáticos a través del álgebra lineal, ha sido de gran ayuda para el docente poder enseñar el balanceo de ecuaciones químicas, es por ello que en la literatura reporta el uso de diferentes métodos de balanceo, entre ellos se encuentran el método por simple inspección y el método algebraico.

El método más usado para el balanceo de ecuaciones químicas es por simple inspección o también llamado método por tanteo. Porter (1985) y Guo (1997) considera el balanceo de ecuaciones químicas por simple inspección adecuado para reacciones tanto simples como complejas, donde no requieren el uso de números de oxidación y se determina un gran número de coeficientes estequiométricos desconocidos. Pero sigue teniendo limitaciones por el número de pasos que los estudiantes deben memorizar y a su vez encontrar un coeficiente estequiométrico o un número entero que se ajuste la ecuación. En consecuencia, desvía la atención del estudiante de los principios químicos hacia la pura aplicación del ajuste de la ecuación química, repitiendo un sin número de veces un proceso hasta obtener el ajuste idóneo (Barbera, 1990; Castelló, 1997; citado por Castillo, 2023).

A menudo se cree que el balanceo de ecuaciones químicas por tanteo es un proceso de ensayo y error, por lo tanto, sólo puede utilizarse para reacciones químicas sencillas (Tóth, 1997; Croeau et al., 2007). Charnock (2016) muestra seis pasos a seguir para balancear ecuaciones simples, mientras Gou (1997) muestra cinco pasos para ecuaciones complejas por el método de simple inspección. Pero el número de pasos puede variar de acuerdo a la complejidad de la ecuación química y la habilidad que tengan los estudiantes en la resolución de sistemas de ecuaciones lineales para hallar los coeficientes estequiométricos.

Otro método común para balancear ecuaciones de reacciones químicas es el enfoque algebraico, el cual consta de seis pasos (Charnock, 2016) y es aplicado para balancear reacciones químicas simples o complejas, en consecuencia es más eficaz que el método por inspección, pero es menos usado en las clases de química a nivel de secundaria y universitaria, ya que los coeficientes estequiométricos se tratan como variables desconocidas o coeficientes indeterminados cuyos valores se encuentran resolviendo un conjunto de ecuaciones simultáneas (Tóth, 1997).

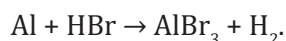
Actualmente, con la ayuda de software matemáticos como el Matlab, hace que la resolución de estos sistemas algebraicos sea más sencillo e interesante (Regalado et al., 2014), usando matrices inversas (Thorne, 2010; Guerrero, 2018; Glasser y Smith, 2019; Barret, 2019; Chacón y Apte, 2023) y el uso del método de Gauss Jordan y método de eliminación de Gauss (Padmaja et al., 2017; Hamid; 2019; Krishna et al., 2020; Johar, 2020) para el balanceo de ecuaciones químicas, así como el uso del lenguaje de programación R como herramienta tecnológica (Altintas, 2022). Así mismo, se ha encontrado en la literatura mejora a los sistemas algebraicos existentes donde han presentado dificultades en el balanceo de ecuaciones químicas, el uso de software se ha destinado a reacciones complejas y utilizan el concepto de multiplicación de factores para garantizar la solución entera (Shaikh y Yousaf, 2023).

Por lo expuesto se propone un método de balanceo usando las propiedades de los vectores en el espacio tridimensional R^3 que requiera de un mínimo nivel de conocimientos matemáticos y sin uso de software. Este nuevo enfoque usando las propiedades de vectores en R^3 puede emplearse para la determinación de coeficientes estequiométricos. La novedad de su aplicación lo convierte en un método de enseñanza y aprendizaje atractivo y viable, para ser utilizado tanto a nivel de educación secundaria como universitaria.

Método

Para explicar el método de balanceo de ecuaciones químicas, usando las propiedades de vectores en R^3 y ejemplificar los pasos a seguir, se realizaron tres ejemplos de ecuaciones químicas, desde sencillas a complejas, las cuales se detallarán a continuación:

Ejemplo 1. Se considera la reacción de desplazamiento:



Donde se ajustará la ecuación química y para ello se escribe de la siguiente manera:



Donde los coeficientes estequiométricos se representan como x , y , z y w . Se observa en la ecuación (1) que solo aparecen tres elementos; aluminio, hidrógeno y bromo, por tanto, la ecuación se considera R^3 . Cada componente se puede considerar como un vector con tres

componentes (Al, H, Br) R^3 . Por ejemplo, si solo aparece aluminio (Al), se escribe (1,0,0) y donde aparece bromuro de hidrógeno (HBr), se considera el vector (0,1,1). De este modo, la ecuación 1 se transforma en la ecuación vectorial (2):

$$x(1,0,0) + y(0,1,1) = z(1,0,3) + w(0,2,0) \quad (2)$$

Ahora, se determinan los coeficientes estequiométricos que aparecen en la ecuación vectorial (2). Para tal fin, se multiplican las incógnitas x , y , z y w por cada vector (multiplicación por escalar de vectores) como se muestran en la ecuación 3.

$$(x,0,0) + (0, y, y) = (z,0,3z) + (0,2w,0) \quad (3)$$

Luego se suman los vectores a ambos lados de la igualdad (suma de vectores) como se muestra a continuación:

$$(x, y, y) = (z,2w,3z) \quad (4)$$

Ahora, igualando componente a componente en (4), se obtiene $x=z$; $y=2w$ y $y=3z$, por tanto, se muestra tres ecuaciones con cuatro incógnitas, por lo que se tiene un grado de libertad; dando el valor de $z=1$; entonces se obtiene $x=1$; $y=3$; $w=3/2$.

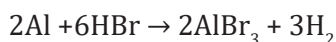
De este modo, la ecuación vectorial (2) queda:

$$(1,0,0) + 3(0,1,1) = (1,0,3) + 3/2(0,2,0) \quad (5)$$

Multiplicando por dos a ambos lados de la ecuación (5) se obtiene:

$$2(1,0,0) + 6(0,1,1) = 2(1,0,3) + 3(0,2,0)$$

Por último, reemplazamos los valores de las variables en la reacción de desplazamiento (1), haciendo uso de los vectores, y la ecuación química queda ajustada de la siguiente manera:



Ejemplo 2. Se planteará el método de balanceo en la reacción de combustión de etano:

$$xC_2H_6 + yO_2 \rightarrow zCO_2 + wH_2O \quad (6)$$

Se puede observar en la ecuación química tres elementos químicos (carbono, hidrógeno y oxígeno) por tanto, la ecuación se considera R^3 . Cada componente tiene la forma (C, H, O) R^3 . Entonces la ecuación vectorial se representa a continuación:

$$x(2,6,0) + y(0,0,2) = z(1,0,2) + w(0,2,1) \quad (7)$$

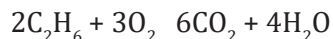
Una vez obtenida la ecuación vectorial (7), se aplican las propiedades de multiplicación y suma de los vectores a ambos lados de la ecuación y se obtiene:

$$(2x,6x,2y) = (z,2z,2z+w) \quad (8)$$

Se iguala componente a componente en (8) y se obtienen tres ecuaciones con cuatro incógnitas, por lo que hay un grado de libertad, $2x=w$; $6x=2z$ y $2y=2z+w$, entonces $x=1$; $w=2$; $z=3$ e $y=3/2$. Al escribir los valores de la incógnita en la ecuación (7) y se multiplica por 2 a ambos lados de la ecuación se tiene:

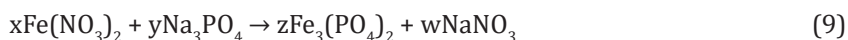
$$2(2,6,0) + 3(0,0,2) = 6(1,0,2) + 4(0,2,1)$$

Al determinar los coeficientes estequiométricos se sustituye en la reacción de combustión 6 quedando balanceada



Al comparar esta ecuación química con el ejemplo 1 se observa una ecuación lineal con tres incógnitas ($2y=2w+z$) eso va a depender de la cantidad de veces que se repita los átomos en las sustancias químicas involucradas en la reacción química, como el átomo de oxígeno que se repite dos veces en las sustancias de los productos. Se muestra que a medida que aumenta la complejidad en la ecuación química, el método es accesible y fácil de comprender, en comparación al enfoque planteado por Johar (2020) para la resolución de la reacción de combustión de etano, en donde plantea sistemas de ecuaciones lineales con Gauss Jordan y eliminación de Gauss.

Ejemplo 3. Para esta demostración se recurrió a una ecuación química compleja donde tendrá más de cinco átomos (Fe, N, O, Na, P), como es el caso de la reacción de doble descomposición (9):



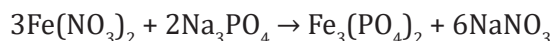
Como se planteó en los ejemplos anteriores se escribe la ecuación química en una ecuación vectorial (10) y los componentes de los vectores los denotaremos como Fe, N, O, Na, P. Luego se multiplican las variables x, y, z, w con cada componente del vector y se suman los componentes a ambos lados de la ecuación, como se muestran en las ecuaciones (11) y (12) respectivamente.

$$x(1,2,6,0,0) + y(0,0,4,3,1) = z(3,0,8,0,2) + w(0,1,3,1,0) \quad (10)$$

$$(x,2x,6x,0,0) + (0,0,4y,3y,y) = (3z,0,8z,0,2z) + (0,w,3w,w,0) \quad (11)$$

$$x,2x,6x+4y,3y,y) = (3z,w,8z+3w,w,2z) \quad (12)$$

De la ecuación (12) se iguala y se obtienen cinco ecuaciones con cuatro incógnitas: $x=3z$; $2x=w$; $6x+4y=8z+3w$; $3y=w$; $y=2z$. Si $x=1$, entonces $z=1/3$; $w=2$; $y=2/3$. Al tener $z=1/3$ se multiplican todos los valores de las variables por 3 y así se obtienen todos los coeficientes estequiométricos en números enteros ($x=3$; $y=2$; $z=1$; $w=6$;) y se sustituyen en la ecuación (9).



En el ajuste de la reacción química de doble descomposición se puede observar que se encontraron cinco ecuaciones para determinar los coeficientes estequiométricos, los cuales se usaron tres ecuaciones ($x=3z$; $2x=w$; $3y=w$). Con las ecuaciones lineales no usadas se puede verificar que los valores hallados son correctos ($6x+4y=8z+3w$; $y=2z$) en el ajuste de la ecuación química. Se demuestra que el método de balanceo es práctico y viable para el ajuste de reacciones químicas como más tres átomos. Del mismo modo, la reacción de doble descomposición (9) no necesita de matemática tan compleja como álgebra matricial con eliminación de Gauss para obtener los coeficientes estequiométricos, como reporta Padmaja et al. (2017).

Con todo lo anterior, se sugiere los siguientes pasos para balancear ecuaciones químicas de acuerdo al método planteado:

1. La ecuación química se escribe en una ecuación vectorial. Debe colocar letras para los coeficientes estequiométricos o las variables; y plantear las componentes de los vectores con los átomos involucrados en la reacción química.
2. Se multiplican las variables con los componentes en R^3 y luego se suman los vectores a ambos lados de la ecuación.
3. Se igualan los vectores para obtener las incógnitas de acuerdo al número de variables. A una de la variable de las incógnitas se asigna un valor arbitrario, se le recomienda un número entero, por ejemplo, el valor de 1 y así se obtiene los valores de las otras variables.
4. Al tener los valores de las variables se sustituyen en la ecuación vectorial. Si presenta números fraccionarios se multiplican por un número entero adecuado para que las soluciones sean números enteros. Por último, se sustituyen las variables en la ecuación química.

Conclusiones

Se demostró en las diferentes reacciones químicas planteadas la aplicación del método de ajuste de las ecuaciones químicas usando las propiedades de vectores en R^3 , considerando una ecuación química como una ecuación vectorial, para la determinación de los coeficientes estequiométricos con ecuaciones lineales sencillas y accesible para encontrar los valores de las diferentes incógnitas.

En el procedimiento para el balanceo de ecuaciones químicas, se evidencia que a medida que se va ejercitando los pasos, se obtiene habilidad y destreza al usar este método, haciendo fácil y rápido la obtención de los coeficientes estequiométricos en números enteros, satisfaciendo la ley de la conservación de la masa en el balanceo de reacciones químicas.

Este enfoque puede ser usado de forma manual en ecuaciones químicas simples y complejas, libre de cargas, sin el uso de software y con un fundamento matemático básico, lo cual hace que este método de ajuste de reacciones químicas sea versátil para aquellos estudiantes que se le hace complicado los métodos de balanceo existente.

Referencias

- Altintas, B. (2022). Application of various matrix methods for balancing chemical equation by using R programming language as a tool. *Research Square*. 1,1-12. <http://doi.org/10.21203/rs.3.rs-1994270/v1>
- Barrett, E. (2019) Using Matrices to Balance Chemical Reactions and Modeling the Implications of a Balanced Reaction. *Undergraduate Journal of Mathematical Modeling*. 10(5),1-20. <https://doi.org/10.5038/2326-3652.10.1.4910>
- Chacón, D and Apte, S. (2023). A python code algorithm for balancing chemical equations as a system of simultaneous linear equations using matrix algebra. *Journal of High School Science*. 7(2), 1-9. <https://jhss.scholasticahq.com/article/77360.pdf>
- Charnock, N.L. (2016). Teaching Method for Balancing Chemical Equations: An Inspection versus an Algebraic Approach. *American Journal of Educational Research*.4(7), 507-511. <http://pubs.sciepub.com/education/4/7/2>

- Constales, D; Yablonsky, G.S and Marin, G.B. (2014). The C-matrix: Augmentation and reduction in the analysis of chemical composition and structure in *Chemical Engineering Science*. 110,164–168. <https://doi.org/10.1016/j.ces.2013.09.043>
- Croeu, J; Fox, W.P and Varazo, K. (2007). Mathematical modeling of chemical stoichiometry. *Primus*. 17(4), 301–315.
- Glasser, L and Smith, W. (2019). Chemical Reaction Stoichiometry: A Key Link between Thermodynamics and Kinetics, and an Excel Implementation. *ChemRxiv*. 1,1-20. <http://doi.org/10.26434/chemrxiv.7848179.v1>
- Guerrero, M. (2018). Modelo Matricial para el Balanceo de Ecuaciones Químicas. *Mica*. 1(1),48-60. <https://goo.su/hj7NT>
- Guo, C. (1997). A New and General Method for Balancing Chemical Equations by Inspections. *Journal of Chemical Education*. 74(11),1365-1366. <http://doi.org/10.1021/ed074p1365>
- Herndon, W. C. (1997). On Balancing Chemical Equations: Past and Present. *Journal of Chemical Education*. 74 (11),1359-1362. <http://doi.org/10.1021/ed074p1359>
- Hamid, I. (2019). Balancing Chemical Equations by Systems of Linear Equations. *Applied Mathematics*. 10(07), 521–526. <http://doi.org/10.4236/am.2019.107036>
- Johar, D. A. (2020). Application of the Concept of Linear Equation Systems in Balancing Chemical Reaction Equations. *International Journal of Global Operations Research*. 1(4),130-135. <https://doi.org/10.47194/ijgor.v1i4.48>
- Krishna, Y. H., Bindu, P., Yaragani, V., Vijaya, N., and Makinde, O. D. (2020). Application of Gauss-Jordan elimination method in balancing typical chemical equations. *International Journal of Scientific & Technology Research*, 8(1),465-468. <https://www.academia.edu/download/78894058/-Application-Of-Gauss-jordan-Elimination-Method-In-Balancing-Typical-Chemical-Equations.pdf>
- Padmaja, V., Harikrishna, Y., and Ramana Reddy, G. V. (2017). An innovative approach of matrix algebra to balancing chemical-reaction equations. *World of Journal of Pharmacy and Pharmaceutical Sciences*, 6(3), 260-266. https://www.researchgate.net/publication/325754864_An_innovative_approach_of_matrix_algebra_to_balancing_chemical-reaction_equations
- Porter, S. K. (1985). How should equation balancing be taught?. *Journal of Chemical Education*. 62(6)507-508. <http://doi.org/10.1021/ed062p507>
- Regalado-Méndez, A., Delgado-Vidal, F. K., Martínez-López, R. E., & Peralta-Reyes, E. (2014). Balanceo de ecuaciones químicas integrando las asignaturas de química general, algebra lineal y computación: un enfoque de aprendizaje activo. *Formación Universitaria*. 7(2),29-39. <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=373534462005>
- Shaikh, M. M., and Yousaf, M. (2023). On mathematical methods to balance equations of chemical reactions—a comparison and way forward. *Journal of mechanics of continua and mathematical sciences*. 18(1), 1-20. <https://doi.org/10.26782/jmcms.2023.01.00001>

Toth, Z. (1997). Balancing Chemical Equations by Inspection. *Journal of Chemical Education*, 77(11), 1363. <http://doi.org/10.1021/ed074p1363>

Val Castillo, O. (2023, julio-septiembre). Consideraciones didácticas sobre el ajuste de reacciones redox. Descripción de un método híbrido de ajuste. *Educación Química*, 34(3). <https://doi.org/10.22201/fq.18708404e.2023.3.84161>