

## Enseñando simetría con un balón de fútbol soccer o... con un modelo tridimensional del buckminsterfullereno que muestra sus elementos de simetría\*

Aarón Pérez-Benítez\*\*

Un viejo autor de esta revista —por cierto nada viejo— que está por concluir su doctorado en Barcelona, nos envía esta verdadera joya para que los lectores se diviertan con tijeras, pegamento y papel —y se pierdan un poco, también— combinando el juego y el descabro mental con la simetría impresionante del icosaedro y sus derivados mutilados.

Citamos, para los interesados, otros de sus trabajos: Pérez-Benítez, A. y González-Vergara, E., (1991). “Un tetraedro o un tetraedro alargado a partir de un popote y un cordel”, 2(4), 198-200.

Pérez-Benítez, A., (1993). “Propuesta de la estructura del fullereno  $C_{72}$ ”, 4(1), 6-7.

Pérez-Benítez, A., Ponce, L. y Carreón, R., (1993). “Acerca de la estereoquímica del fullereno  $C_{76}$ ”, 4(2), 68-70.

Pérez-Benítez, A. y Guevara, J.A., (1997). “Un modelo tridimensional para la enseñanza de la simetría del fullereno  $Ih-C_{20}$ ”, 8(2), 94-96.

Finally, the polyhedra known as rombiicosidodecahedron, truncated icosahedron and pentagonal dodecahedron are introduced as truncated icosahedra, which allow us to inscribe all of them into an icosahedron to find their symmetry elements at once.

### Introducción

¿Quién conoce un balón de fútbol soccer?... Seguramente todo mundo, pues con él se juega uno de los deportes más populares, que arrastra multitudes, que despierta pasiones y que tiene una gran importancia económica (Morales, 1997; internet a-b).<sup>1</sup> Pero ¿cuántos hemos observado con detalle las propiedades geométricas del balón?... También estoy casi seguro que muy pocos, porque aunque desde nuestra infancia empezamos a jugar este “deporte de la patada”, pocas veces nos entreteníamos en observar la constitución de nuestro balón, como no fuera para lamentarnos de que los “gajos” estaban... iempezando a caerse!

<sup>1</sup> Debido a que el fútbol es un deporte espectacular y fácil de practicar, se ha introducido en países en los que hasta hace unos años tenía poco auge o no existía con categoría profesional, como Japón, Estados Unidos o China.

En España, los presupuestos de la temporada 1996-1997, de los 20 clubes de primera división ascienden a 80,177 millones de pesetas, de los cuales 62,000 millones se gastaron en fichajes de jugadores estrella. Entre los primeros diez jugadores mejor cotizados se encuentran seis brasileños. En 1996, el FC Barcelona pagó 2,500 millones de pesetas por el fichaje de Ronaldo quien más tarde fue adquirido por el Inter de Milán por los 4,000 millones de pesetas (más 270 millones de indemnización) que establecía su cláusula de rescisión de contrato. Esa cantidad ha sido superada por el club Real Betis que pagó 5,300 millones de pesetas por el fichaje de Denilson, quien jugará en la próxima temporada en la liga española ganando la fabulosa cantidad de 500 millones de pesetas al año, durante los once años que dura el contrato. A los salarios que ganan las estrellas del fútbol habría que sumar otros ingresos como por ejemplo los que se generan por los derechos de imagen o los sobresueldos por goles anotados.

Sin lugar a dudas, el fútbol va cada día a más y, excluyendo los aspectos negativos que desgraciadamente existen en este fenómeno de multitudes, este deporte se ha propagado de la mesa de futbolito mecánico al fútbol por ordenador y hasta el fútbol robotizado inventado por los japoneses, habiéndose efectuado recientemente el primer campeonato mundial de fútbol robotizado en Nagoya, con la participación de robots programados de 0.15 a 1 m de altura, dependiendo de la categoría.

### Abstract (Teaching Symmetry with a Soccer Ball or... with a 3-D Model of The Buckminsterfullerene that Shows its Symmetry Elements)

The construction of a three-dimensional model of a truncated icosahedron illustrating all of the symmetry elements of the buckminsterfullerene ( $I_h-C_{60}$  fullerene) is presented. This model is a very useful tool for teaching several concepts and elements of symmetry in an introductory course or the applications of symmetry in an advanced one. Moreover, with the idea of descending from the  $I_h$ -symmetry to the less symmetrical  $C_{2v}$ ,  $C_{2h}$ ,  $C_{3h}$ ,  $D_{3d}$ , and  $D_{6d}$  groups, a blank pattern which permits to change the color of the models faces is also given.

\*Dedicado a mi hermano Raúl y a sus aficiones deportivas.

\*\*Centro de Investigación de la Facultad de Química. Benemérita Universidad Autónoma de Puebla. 14 Sur y Av. San Claudio, Col. San Manuel. C. P. 72570. Puebla, Pue. MÉXICO.

Recibido: 28 de febrero de 1998; Aceptado: 20 de marzo de 1998. Patente en trámite

Afortunadamente tenemos la oportunidad de resarcir ese fallo, ya que si bien los grabados sobre los balones modernos son muy sofisticados y los hacen parecer diferentes, se siguen haciendo con gajos hexagonales y pentagonales, los cuales tradicionalmente se pintan de blanco y negro, respectivamente (figura 1a). ¡Pero también los hay con los colores de nuestro equipo favorito!; así que seguramente más de una vez no hemos resistido la tentación de comprar uno de ellos y “brincamos al campo para soñar que nos convertimos en una estrella del f-ú-ú-ú-t-bol”.

Como químico no ocuparía este espacio para hablar al respecto, de no ser porque en 1985 se descubrió casualmente la existencia de “una” fantástica molécula de 60 carbonos con forma de balón de fútbol soccer (figura 1b-c) y se publicó un artículo en una de las revistas de más prestigio en el ámbito científico internacional, en el que se incluyó la fotografía de un balón clásico de fútbol (Kroto, 1985). A la postre, este descubrimiento mereció el premio Nobel de Química 1996 (esquema 1, internet c) y marcó la pauta para el desarrollo de una nueva área de la química del carbono.

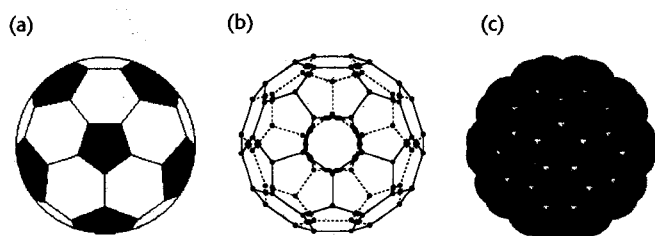


Figura 1. Morfología de un balón de fútbol soccer (a). Estructura del buckminsterfullereno: modelo de puntos y varillas (b) y modelo de esferas (c).

Por eso, si queremos hablar de la estereoquímica de esta molécula (o simplemente compartir con nuestros estudiantes nuestra pasión por el fútbol), les propongo llevar a clase un balón, uno de los modelos que se han publicado en la literatura (Thompson, 1925; Vittal, 1989; Beaton, 1992; Beaton, 1995; Hanson, 1995) o el modelo que presento en este artículo. De estas tres opciones recomiendo la última (¡por supuesto!) porque es un modelo que muestra objetivamente los 120 elementos de simetría del futboleno  $I_h C_{60}$ .

### Geometría de un balón de fútbol soccer

Un balón de fútbol soccer contiene 32 caras: 20 hexagonales ( $6^0$ ) y 12 pentagonales ( $5^2$ ); 90 aristas: 60 pentágono-hexágono (5:6) y 30 hexágono-hexágono (6:6); y 60 vértices formados por la convergencia de dos aristas 5:6 y una arista 6:6. Nótese que las caras pentagonales se encuentran rodeadas por cinco caras hexagonales, como ocurre en el coranuleno,  $C_{20}H_{10}$  (figura 2a). Identifique esta sección en el balón y vea cómo la sección opuesta se encuentra alternada, es decir, rotada  $36^\circ$  (figura 2b). Y ya puestos ha observar, nótese que las caras hexagonales están rodeadas por tres caras pentagonales y tres hexagonales (figura 2c). Identifique esta sección y observe que la sección opuesta se encuentra alternada, es decir, rotada  $60^\circ$  (figura 2d).

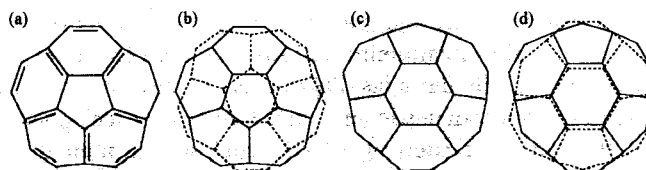



Figura 2. Estructura del coranuleno  $C_{20}H_{10}$  (a). Geometría de un balón de fútbol soccer: vecindades de una cara pentagonal y su opuesta (b); vecindades de una cara hexagonal y su opuesta (c-d). Nótese que la parte posterior en b y d están rotadas  $36^\circ$  y  $60^\circ$ , respectivamente, lo cual significa que no existe un plano de simetría perpendicular a la vista del lector.

Estructuras semejantes a la de un balón se pueden encontrar en algunas lámparas giratorias de discotecas; en tanques de almacenamiento de agua; y en domos: de invernales, de teatros y de salas de exposiciones (internet d); en juguetes para niños (figura 3); en artículos de ornamentación; ¡y hasta en algunos juegos en parques recreativos japoneses!<sup>2</sup>

<sup>2</sup> En algunos parques recreativos japoneses se han construido estructuras de hierro con forma de balón en honor del Dr. E. Osawa, el científico que imaginó por primera vez que podía existir una molécula esférica de sesenta carbonos (Osawa, 1970).



**Kungl. Vetenskapsakademien**  
The Royal Swedish Academy of Sciences  
Box 50005, S-104 05 Stockholm, Sweden. Ph: +46 8 673 95 00,  
fax: +46 8 15 56 70, e-mail: rsas@kansli.kva.se

The Royal Swedish Academy of Sciences has decided to award  
the 1996 Nobel Prize in Chemistry jointly to

Professor Robert F. Curl, Jr., Rice University, Houston, USA,  
Professor Sir Harold W. Kroto, University of Sussex, Brighton, U.K., and  
Professor Richard E. Smalley, Rice University, Houston, USA.

for their discovery of fullerenes.

Esquema 1. “Enseñando simetría con un balón...”



Figura 3. La mascota consentida de mi hijo: el futbolero.

La razón por la que este tipo de estructura geométrica es más o menos frecuente, es que corresponde a un cuerpo geométrico que era conocido desde la antigüedad y que puede obtenerse truncando un icosaedro. Sin embargo para obtenerlo, hay que seguir las reglas que se describen a continuación.

### Truncando un icosaedro

De las distintas posibilidades de truncar un icosaedro me referiré sólo al truncamiento uniforme de sus 12 vértices de manera perpendicular a las diagonales del icosaedro (líneas imaginarias que van desde un vértice hasta su vértice opuesto por el centro del cuerpo), con lo cual se eliminan doce pirámides pentagonales del poliedro padre y en su lugar se forman doce caras pentagonales. Aún así hay varias posibilidades, tres de las cuales producen dos poliedros semirregulares (opciones 1 y 2) y un poliedro regular (opción 3).

**Opción (1).** Al truncar los vértices del icosaedro a un tercio de la altura de las caras del icosaedro (figura 4a), las caras triangulares se convierten en caras hexagonales (figura 4b) y se genera la estructura tipo balón de fútbol soccer o de "icosaedro truncado" (IT) (figura 4c).

**Opción (2).** Al truncar los vértices del icosaedro a la altura de los puntos medios de sus aristas (figura 4d), sus caras se convierten en nuevos triángulos de una cuarta parte de la superficie e invertidos (rotados 60°) con respecto al triángulo original (figura 4e). El cuerpo geométrico que se genera es un rombiicosidodecaedro, (PIA) (figura 4f).

**Opción (3).** Al truncar los vértices del icosaedro a la altura del centro de sus caras (figura 4g), de los triángulos se conservan solamente los puntos centrales (figura 4h) que son los vértices del nuevo poliedro. El cuerpo geométrico que se genera es un dodecaedro pentagonal, ( $\Delta\Pi$ ) (figura 4i).

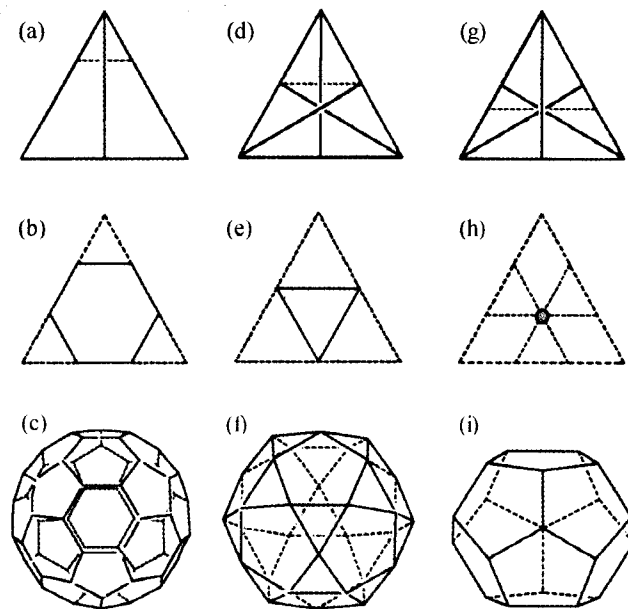


Figura 4. Tres de las posibilidades de truncar un icosaedro: generación de una estructura tipo balón de fútbol soccer o "icosaedro truncado", IT (a-c); generación de un rombiicosidodecaedro, PIA (d-f); generación de un dodecaedro pentagonal,  $\Delta\Pi$  (g-i).

El análisis de la generación de estos poliedros truncados permite deducir que el PIA, el  $\Delta\Pi$  y el IT, pueden ser inscritos en el icosaedro (figura 5c) para analizar las relaciones geométricas que existen entre ellos y para localizar los elementos de simetría de los cuatro poliedros de forma simultánea.<sup>3</sup>

Y regresando al tema del fútbol, la estructura del PIA se aprecia en los grabados de algunos balones de fútbol de sala (figura 6) y la del  $\Delta\Pi$  en algunos balones de balón-mano. Y de vuelta a la química (en justificación del rollo geométrico, claro está), hay que recordar que tres de estas estructuras sirven para representar entidades químicas: el I al dianión closo-dodecaborano,  $B_{12}H_{12}^{2-}$ ; el IT al futbolero  $C_{60}$ , y el  $\Delta\Pi$  al dodecaedro,  $C_{20}H_{20}$ .

### El grupo puntual de simetría icosaédrica, $I_h$

El grupo puntual de simetría  $I_h$  contiene 60 elementos de simetría propios ( $E$ , 12  $C_5$ , 12  $C_5^2$ , 20  $C_3$  y 15  $C_2$ ) y 60 impropios ( $i$ , 12  $S_{10}$ , 12  $S_{10}^3$ , 20  $S_6$  y 15  $\sigma$ ).

Las operaciones asociadas a los elementos de simetría propios ocurren muchas veces y a gran velocidad en un balón

<sup>3</sup> Resulta entonces como corolario que el truncamiento uniforme y simétrico de los vértices de un poliedro regular se produce sin pérdida de la simetría.

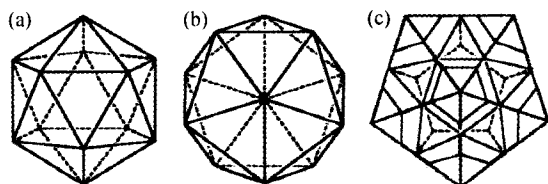


Figura 5. Vistas en perspectiva de un icosaedro a través de una de sus caras (a) y a través de uno de sus vértices (b). Vista parcial de un icosaedro y tres de sus poliedros truncados inscritos.



Figura 6. Balón de fútbol sala del ICMA B con un rombicuboctaedro grabado: nuestro enlace entre la ciencia y el deporte, ...entre los físicos y los químicos!

durante un partido de fútbol, pero en el salón de clase podemos observarlas a cámara lenta en un balón<sup>4</sup> con estructura IT (si es mi modelo tanto mejor), de la siguiente manera:

- al rotar  $72^\circ (=360^\circ/5=C_5)$ ,  $144^\circ (=2 \times 360^\circ/5=C_5^2)$ , ...,  $360^\circ (=5 \times 360^\circ/5=C_5^5=E)$ , tomando como eje de giro el centro de dos pentágonos opuestos, obtenemos posiciones indistinguibles de la inicial.
- al rotar  $120^\circ (=360^\circ/3=C_3)$ ,  $240^\circ (=2 \times 360^\circ/3=C_3^2)$ , ...,  $360^\circ (=3 \times 360^\circ/3=C_3^3=E)$ , tomando como eje de giro el centro de dos hexágonos opuestos, obtenemos posiciones indistinguibles de la inicial.
- al rotar  $180^\circ (=360^\circ/2=C_2)$ ,  $360^\circ (=2 \times 360^\circ/2=C_2^2=E)$ , tomando como eje de giro el centro de dos aristas hexágono-hexágono opuestas, obtenemos posiciones indistinguibles de la inicial.

En cambio, para efectuar las operaciones de simetría asociadas a los elementos de simetría impropios se requiere de un ejercicio mental además del físico, como se describe a continuación:

<sup>4</sup> En la determinación de los elementos de simetría de un balón común deben de obviarse algunos pequeños detalles que rompen la simetría, como son la válvula para inflar el balón y la marca.

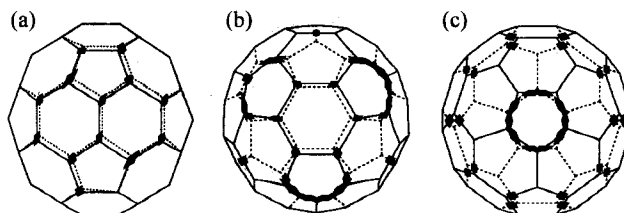


Figura 7. Algunos de los planos de simetría de un balón de fútbol soccer perpendiculares al plano del papel: 2 planos (a), 3 planos (b) y 5 planos (c).

- Los planos de simetría,  $\sigma$ , son planos imaginarios que “cortan” a un objeto por la mitad y reflejan a cada una de sus mitades con la otra, como si se tratara de un espejo doble. En el balón, estos planos pasan por dos aristas 6:6 y cortan a cuatro pentágonos y cuatro hexágonos. En las figuras 7a-c pueden observarse, respectivamente, a 2, 3 y 5 de estos planos que están perpendiculares al plano del papel. La gracia del modelo que se presenta es que los quince planos de simetría ya se encuentran indicados, lo cual simplifica su contabilidad y facilita el desarrollo mental de la operación de reflexión.
- La operación de simetría centro de inversión,  $i$ , consiste en “trasladar” cada uno de los puntos del balón a sus puntos opuestos, pasando obviamente por el centro del cuerpo como si éste se tratara de un pequeño espejo esférico que refleja a cada uno de los puntos desde su posición inicial hasta el extremo opuesto.<sup>5</sup>
- Los ejes de simetría impropios ( $S_n$ ) son combinaciones de un eje de rotación propio y de una reflexión en un plano perpendicular al eje de rotación. El eje de rotación y el plano de reflexión pueden no existir por sí mismos como operaciones de simetría como ocurre en los siguientes casos:

a) Eje impropio de rotación reflexión de orden diez,  $S_{10}$ : al rotar  $36^\circ (=360^\circ/10)$  tomando como eje de giro el centro de dos pentágonos opuestos (use como ayuda la figura 2b) obtenemos un arreglo distinto del original (no es una operación de simetría), pero si después de la rotación reflejamos en un plano perpendicular a ese eje, entonces sí obtenemos un arreglo indistinguible del original. Como es de esperarse, los múltiplos de esta rotación seguidos de sus correspondientes reflexiones, también nos llevan a configuraciones indistinguibles. Pero hay algo más, la importancia de realizar los múlti-

<sup>5</sup> La operación centro de inversión lleva cada punto desde la posición (x, y, z) hasta la posición (-x, -y, -z).

plos de las operaciones de los ejes impropios,  $S_n^m$ , es que permite demostrar que algunos de ellos son equivalentes (y por tanto colineales) a ejes de rotación propios,  $C_n$ . Por ejemplo:

$$S_{10}^2 = (C_{10}\sigma)^2 = C_{10}^2 \sigma^2 = C_5E = C_5.$$

b) Eje impropio de rotación-reflexión de orden seis,  $S_6$ : al rotar  $60^\circ$  ( $=360^\circ/6$ ) tomando como eje de giro el centro de dos hexágonos opuestos y reflejar en un plano perpendicular a ese eje (use como ayuda la figura 2d), obtenemos un arreglo semejante al original. Si se repite nuevamente la secuencia: rotación de  $60^\circ$  seguido de una reflexión perpendicular, se caerá en la cuenta de que el resultado es el mismo que una única rotación de  $120^\circ$  debido a que la aplicación de dos reflexiones en el mismo plano equivalen a dejar a los puntos invariantes, lo cual se expresa de la siguiente manera:

$$S_6^2 = (C_6\sigma)^2 = C_6^2 \sigma^2 = C_3E = C_3.$$

La ubicación de algunos de los elementos de simetría del  $C_{60}$  inscrito en un icosaedro se esquematizan con sus símbolos estereográficos en la figura 8. Haciendo una correlación con la figura 5c se puede encontrar la ubicación de los elementos de simetría de los cuatro poliedros inscritos en forma simultánea.

### Geometría y simetría del buckminsterfullereno

A diferencia de las dos formas alotrópicas anteriormente conocidas que poseen estructuras extendidas en el espacio: el diamante (tetraédrico)<sup>6</sup> y el grafito (plano)<sup>7</sup>, los futbolenos se caracterizan por ser entidades individuales con estructuras más o menos esféricas (Terrones, 1994; Osawa, 1994).<sup>8</sup> De hecho, el buckminsterfullereno es la molécula más esférica que existe, con un diámetro externo de 10 Å y un hueco de 7.1 Å, aproximadamente. El  $C_{60}$  tiene la misma topología que la de un balón de fútbol soccer, pues su estructura está formada por el mismo número y tipo de caras [ $6^{20}$  y  $5^{12}$ ], el mismo número y tipo de aristas [(5:6)<sup>60</sup> y (6:6)<sup>30</sup>] y el mismo número de vértices.

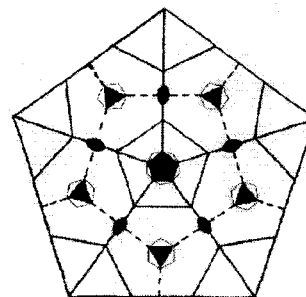


Figura 8. Ubicación de los elementos de simetría en el  $C_{60}$  y en sus poliedros truncados ilustrados por medio de sus símbolos estereográficos.

Mediante diferentes técnicas experimentales se ha encontrado que en el  $C_{60}$  las distancias de enlace 5:6 son mayores que las distancias de enlace 6:6. Desde el punto de vista geométrico esto significa que la parte del icosaedro que necesitaría truncarse para generar esta estructura es un poco mayor<sup>9</sup> que la arriba descrita para obtener el IT. El poliedro generado es casi semejante al IT pero formado con hexágonos semirregulares con dos tipos alternados de longitudes de arista. Como se indica en la nota 4, esta característica no hace descender la simetría  $I_h$ . Desde el punto de vista químico, la diferencia entre las distancias de enlace 5:6 y 6:6 indican que los dobles enlaces se encuentran parcialmente localizados en los hexágonos (figura 9a), lo cual gobierna la reactividad del  $C_{60}$ .

Finalmente hay que señalar que debido a la forma esférica del buckminsterfullereno, en la literatura se están usando principalmente dos tipos de esquemas para presentar a sus derivados con mayor claridad; en la primera se presenta sólo la parte frontal (figura 9a) y en la segunda se presenta una vista global como un diagrama bidimensional (diagrama de Schlegel) en el que se sigue el orden de numeración indicado en la figura 9b.<sup>10</sup> Esta última representación (Taylor, 1993) posee la ventaja de que se pueden ilustrar derivados del  $C_{60}$  con adiciones múltiples (por ejemplo el  $C_{60}Br_{24}$ ).

<sup>6</sup> En el diamante cada átomo de carbono está conectado a otros cuatro carbonos en un arreglo tetraédrico (hibridación  $sp^3$ ) con longitudes de enlace de 1.56 Å.

<sup>7</sup> El grafito está formado por capas planas de carbonos con hibridación  $sp^2$ . Cada carbono se une a otros tres formando hexágonos; la distancia entre las capas es de 3.35 Å y la distancia C-C es de 1.42 Å.

<sup>8</sup> La planaridad de una red de hexágonos se rompe con la introducción de un anillo pentagonal, la curvatura va aumentando conforme se van incluyendo más pentágonos en la red, la cual puede cerrarse cuando el número de pentágonos es igual a 12.

<sup>9</sup> Concretamente, el truncamiento de las aristas es 0.55 % mayor que un tercio; esto es, si partimos de un icosaedro de 4.28 cm de arista y truncamos sus vértices hasta un 33.8 % de su longitud, obtendremos un IT con caras pentagonales de 1.45 cm de longitud y caras hexagonales semirregulares con longitudes de arista alternantes de 1.45 cm y 1.38 cm, el cual será equivalente a un modelo del Buckminsterfullereno ampliado un millón de veces.

<sup>10</sup> Obsérvese que el sistema recomendado de enumeración es en espiral y que la numeración se inicia en una arista 6:6 con el fin de asignar los números más bajos a uno de los dobles enlaces del  $C_{60}$  por cuestiones de reactividad.

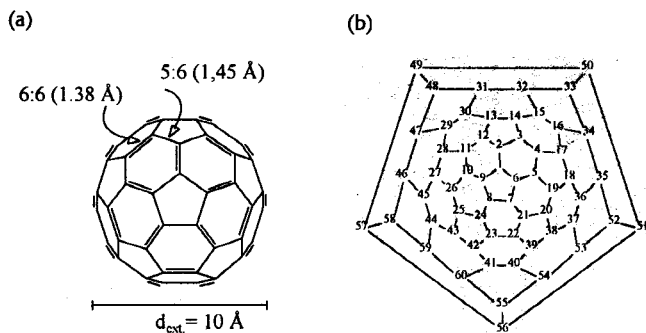


Figura 9. Representaciones del buckminsterfullereno: vista frontal y longitudes de enlace (a); diagrama de Schlegel y sistema de numeración (b).

### Construcción del modelo

#### Materiales

Pegamento, tijeras, plástico adhesivo, 20 popotes azules, 30 popotes rojos y 12 popotes verdes.

1. Recorte a la mitad los popotes, excépto un popote verde.
2. Haga una fotocopia ampliada de la plantilla (figura 10), plastifíquela y recórtela.
3. Con una perforadora estándar haga perforaciones en todas las aristas 6:6 y en los centros de los pentágonos y de los hexágonos.
4. Moldeé una esfera de plastilina alrededor de la parte media del popote verde. Empiece a pegar el modelo y antes

de cerrarlo inserte dicho popote en los orificios de dos caras pentagonales opuestas.

5. Termine de pegar el modelo. Verifique que la esfera esté en el centro midiendo la parte sobresaliente del popote en cada extremo. Si la posición es correcta fije el popote al papel utilizando pegamento de secado rápido.

6. Identifique las posiciones de los ejes de simetría de acuerdo con la figura 8.<sup>11</sup> Inserte los popotes entre los orificios y la plastilina: los popotes verdes en los pentágonos, los azules en los hexágonos y los rojos en las aristas.

7. Verifique que cada par de popotes insertados desde lados opuestos se encuentran en línea recta. Si la posición es correcta fije la posición del popote con pegamento de secado rápido.

8. Finalmente, uniforme el tamaño de los popotes siguiendo un código por tamaños: recorte los verdes a 1.5 cm, los azules a 2.5 cm y los rojos a 3 cm.

En la figura 11 se presenta el modelo terminado.

### Problemas sugeridos (¡anote un gol!)

Después de haberse familiarizado con los elementos de simetría de un balón de fútbol soccer, el lector identificará los elementos de simetría que se conservan y el nuevo grupo puntual que resulta del cambio de color de:

<sup>11</sup> Los  $C_2$  se ubican en la parte media de las aristas 6:6; los  $S_6$  y los  $C_3$  en el centro de los hexágonos y; el los  $S_{10}$  y los  $C_5$  en el centro de los pentágonos.

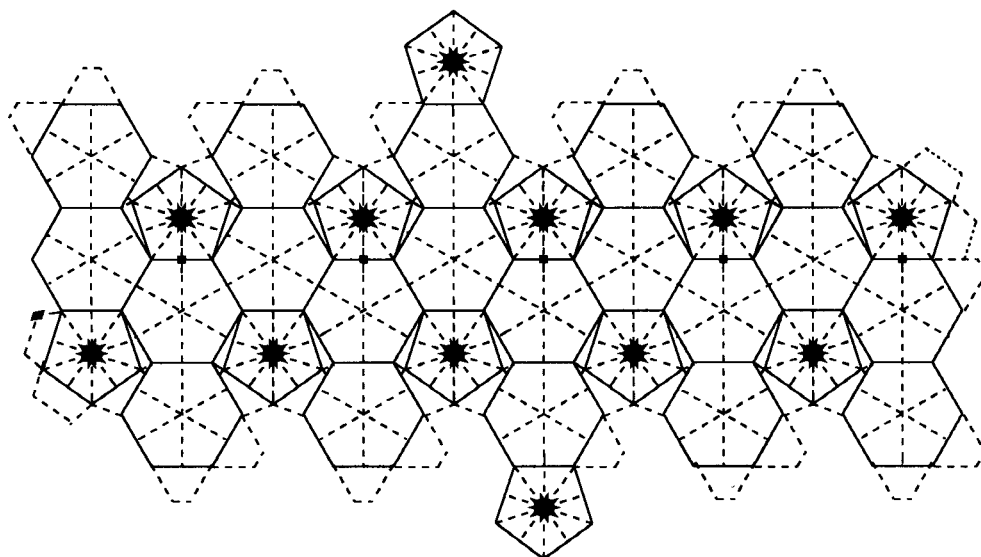


Figura 10. Plantilla para la construcción del modelo de una estructura tipo balón de fútbol soccer o "icosaedro truncado". Las líneas punteadas indican la posición de sus 15 planos de simetría.

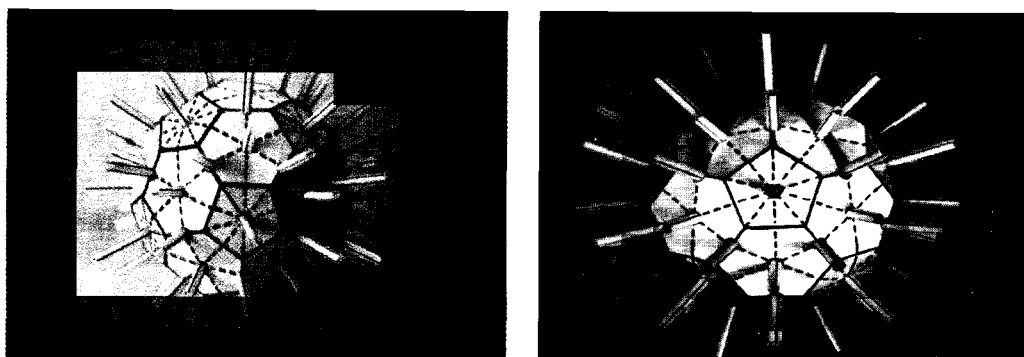
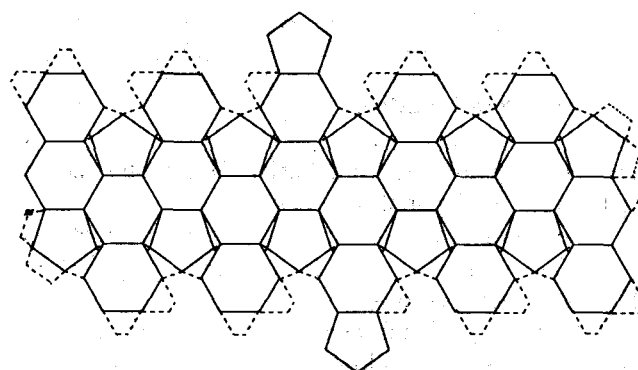


Figura 11. Modelo del buckminsterfullereno ilustrando sus elementos de simetría.

- |   |  |
|---|--|
| a) una cara pentagonal.                 | ( ) un plano de simetría: grupo puntual $C_s$ .                                    |
| b) dos caras pentagonales opuestas.     | ( ) Un eje $C_2$ y 2 planos que lo contienen: grupo puntual $C_{2v}$ .             |
| c) una cara hexagonal.                  | ( ) Un eje $S_6$ y 6 ejes $C_2$ perpendiculares a él: grupo puntual $D_{6d}$ .     |
| d) dos caras hexagonales opuestas       | ( ) Un eje $C_3$ y 3 planos verticales que lo contienen: grupo puntual $C_{3v}$ .  |
| e) dos pentágonos próximos.             | ( ) Un eje $S_{10}$ y 10 ejes $C_2$ perpendiculares a él: grupo puntual $D_{5d}$ . |
| f) un pentágono y un hexágono próximos. | ( ) Un eje $C_5$ y 5 planos verticales que lo contienen: grupo puntual $C_{5v}$ .  |



**Ayuda:**

Con la plantilla en blanco que se presenta en la figura 12 elabore un "icosaedro truncado". Recorte los pentágonos y hexágonos negros y sobrepóngalos, según corresponda, en las caras de este modelo para identificar los elementos de simetría que se conservan.

**Agradecimientos**

Agradezco a Nuria Amado-Font por la preparación del material gráfico que acompaña este manuscrito. ■

**Bibliografía**

Beaton, J. M., *J. Chem. Educ.*, 1992, 69, 610.  
 Beaton, J. M., *J. Chem. Educ.*, 1995, 72, 863.  
 Hanson, R. M., *Molecular Origami: Precision scale models from paper*. University Science Books, USA, 1995.  
 Internet: a) <http://www.sportec.com/www/rfef/main.html> (Federación Española de Fútbol); b) <http://www.servifutbol.es> (servifútbol: todo sobre la liga española); c) <http://www.nobel.se/announcement-96/chemistry96.html>; d) se pueden visualizar algunos domos geodésicos conectándose a la página del Dr. Yoshida: <http://cochem2.tut.kie.tut.ac.jp:8000/member/yoshida/fuller/Fuller.html>

Figura 12. Plantilla en blanco y caras adicionales en color invertido como ayuda para la resolución de los problemas sugeridos.

Krätschmer, W.; Lamb, L. D.; Fostiropoulos, K.; Huffman, D.R. *Nature* 1990, 347, 354.  
 Kroto, H.W.; Heath, J.R.; O'Brien, S.C.; Curl, R.F.; Smalley, R.E., *Nature*, 1985, 318, 162.  
 Morales, R., *CNR: revista mensual para seres inteligentes*. Ediciones Reunidas, S. A. Grupo Zeta. Octubre de 1997 (núm. 8), p. 24. España, 1997.  
 Osawa, E., *Kagaku (Kyoto)* 1970, 25, 854 (en Japonés). Resumen en Inglés en *Chem. Abstr.* 1971, 74, 75698v.  
 Osawa, E.; Yoshida, M.; Fujita, M., *MRS Bulletin*, 1994, 33.  
 Taylor, R. *J. Chem. Soc. Perkin Trans.*, 2, 1993, 813.  
 Terrones, H.; Terrones, M.; Hsu, W.K., *Chem. Soc. Rev.*, 1995, 341.  
 Thompson, D'A., *Proc. Roy. Soc.*, 1925, A107, 181.  
 Vittal, J. J., *J. Chem. Educ.*, 1989, 66, 282.