Descripción de experiencias innovadoras para el trabajo experimental, gráfico, teórico o tecnológico, para la resolución de problemas.

Simetría para principiantes con un modelo octaédrico plegable

Aarón Pérez-Benítez y Rosa Elena Arroyo-Carmona*

Abstract (*Symmetry for beginers with a pop-up octahedron model*)
The use of O_h punctual group as a strategy for teaching the basic concepts of molecular symmetry is suggested, since with it is possible to illustrate all of the types of punctual symmetry operations. Moreover, a three-dimensional octahedral model in which their symmetry planes are marked has been designed. A simple mechanism allows the user to switch the model from 2D to 3D form and back. This fact and the conversion of the model into a spinner is very attractive for the students who enjoy the construction of their own model in a workshop type class.

Resumen
Se sugiere el uso del grupo puntual O_h como estrategia pedagógica para la enseñanza de los conceptos básicos de la simetría molecular, porque con él pueden ejemplificarse todos los tipos de operaciones de la simetría puntual. Con el fin de facilitar este proceso, diseñamos un modelo octaédrico tridimensional en el cual se marcan los planos de simetría. Además, un mecanismo sencillo permite al usuario transformar el modelo de una forma plana a la forma tridimensional octaédrica y viceversa. Este hecho y la conversión del modelo en un objeto giratorio resultan ser actividades muy divertidas para los estudiantes, quienes gustan de elaborar su propio modelo en una sesión teórico-práctica.

Introducción

En la enseñanza de la estereoquímica inorgánica a nivel licenciatura hemos detectado que muchos estudiantes han olvidado las características básicas de los cuerpos geométricos comunes (Arroyo-Carmona, 2003). Este hecho nos ha llevado a abordar el estudio de la geometría y la simetría molecular, con sesiones teórico-prácticas en las que los estudiantes construyen modelos tridimensionales de algunos cuerpos geométricos usando diversos materiales. Por ejemplo, los conceptos preliminares de la simetría puntual los abordamos con un modelo octaédrico que causa mucha curiosidad y sorpresa a los estudiantes, porque se expande automáticamente al ser lanzado al aire. Este pequeño truco de magia motiva a los estudiantes a construir su propio modelo, y los predispone favorablemente para el aprendizaje de la simetría.

Si bien la enseñanza-aprendizaje de la simetría tradicionalmente se inicia con objetos o moléculas de simetría baja y se continúa con otras entidades de mayor simetría (*internet 1*), también se puede abordar usando desde el principio, un objeto o una molécula de simetría alta, que permita presentar de una vez, todos los tipos de operaciones que existen en la simetría puntual.† Así, mientras que con el primer método pedagógico se pretende ir de operaciones de simetría sencillas a operaciones de simetría más complejas‡ (proceso inductivo), el uso de un objeto de simetría alta permite ir de operaciones de simetría complejas a operaciones sencillas (proceso deductivo). Sin embargo, y bien tratado el asunto, un objeto de simetría alta es una herramienta didáctica con la que se pueden seguir cualquiera de los dos procesos, simplemente poniendo (o quitando) marcas en el objeto inicial en forma sistemática (por ejemplo, en los vértices), para aumentar o disminuir su simetría.

Así pues, en este artículo proponemos el uso del octaedro como una alternativa para el proceso de enseñanza-aprendizaje de los conceptos básicos de la simetría puntual, y específicamente, el uso de un octaedro autoexpandible como el que diseñamos, porque es un modelo que llama la atención de los alumnos y les permite realizar objetivamente todos los tipos de operaciones de la simetría puntual.

*Centro de investigación de la facultad de ciencias químicas. Benemérita Universidad Autónoma de Puebla. Av. 14 Sur y Av. San Claudio. Col. San Manuel. C. P. 72570. Puebla, Pue. México. **Buzón electrónico**: aronper@siu.buap.mx
Recibido: 7 de febrero de 2003; **aceptado:** 11 de agosto de 2003.

† A diferencia de la simetría cristalina, la simetría puntual se caracteriza porque en cualesquiera de sus operaciones cuando menos un punto queda invariante.

‡ En este contexto, a las operaciones de simetría se les clasifica de manera arbitraria, en sencillas y complejas, en base a lo común que resulten en la vida diaria; por ejemplo, a las reflexiones en un espejo y a las rotaciones de 180° que dan como resultado una apariencia del objeto igual a la inicial se les consideran como operaciones de simetría sencillas. En contraste, a las rotaciones cuyos ángulos son difíciles de calcular a simple vista se les considera como complejas (*i.e.* ángulos de 30° o de 72°).

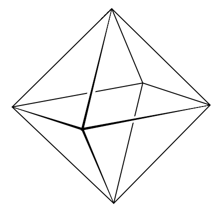
Características geométricas del octaedro

La palabra octaedro proviene del griego *octa*, que significa ocho, y *edro*, que significa *cara*. En efecto, este cuerpo geométrico está formado de ocho triángulos como caras, doce aristas y seis vértices. En el octaedro regular las caras son triángulos equiláteros (figura 1a), lo cual significa, obviamente, que la longitud *s* de sus aristas es la misma.

Aparentemente, el origen del octaedro se remonta a la era neolítica, tal como lo evidencia la colección de piedras de más o menos… ¡4000 años de antigüedad!, la cual se expone en el Ashmolean Museum de Oxford, Inglaterra (*internet 2*), si bien fueron los antiguos griegos los que describieron geométricamente y usaron al octaedro para diferentes fines. Por ejemplo, Platón (427-347 a. C.) creía que el aire estaba formado por partículas octaédricas (figura 1b), las cuales podían girar libremente sobre los ejes de rotación que pasan por pares de vértices opuestos.

El octaedro y los cuatro sólidos platónicos restantes (el tetraedro, el cubo, el dodecaedro pentagonal y el icosaedro) se pueden identificar con la notación de Schafli: {p, q}, donde p es el número de lados de cada cara y q es el número de caras que se reúnen en cada vértice. Así, la notación que le corresponde al octaedro es {3, 4}. Otros datos geométricos importantes se resumen en la tabla 1.

Tabla 1. Datos relevantes del octaedro. En el interior, **figura 1:** el octaedro (a) y su representación platónica (b).



(a)

Octaedro: del griego *octa* (ocho) y *edro* (cara).
Significado platónico: el aire.
Caras: 8 triángulos equiláteros.
Vértices: 6.
Aristas: 12.

(b)

Aristas por cara: 3.
Caras por vértice: 4.
Notación de Schafli: {3, 4}
Área total (A_t) = 3.4641 s^2
(donde s = longitud de la arista).
Volumen: (V) = 0.4714 s^3
Radio de la circunferencia circunscrita: 0.7071 *s*.
Radio de la circunferencia inscrita: 0.4082 *s*.
Ángulo diedro: 109°28′16"

Conceptos básicos de la simetría puntual

La palabra *simetría*, proveniente del latín *symmetrîa*, denota que un objeto tiene correspondencia exacta en forma, tamaño y posición entre dos o más de sus partes, lo cual significa que un objeto simétrico podrá ser visto desde dos o más puntos de vista con la misma apariencia.

Para saber si un objeto es o no simétrico se pueden seguir dos procedimientos:

1. El objeto se mantiene fijo y el observador se desplaza a su alrededor hasta llegar a otros puestos de observación, desde los cuales el objeto debe presentar una apariencia igual o equivalente a la inicial.
2. El observador se mantiene fijo y mueve el objeto hasta que obtiene posiciones desde las cuales su apariencia es igual o equivalente a la inicial.

De estos dos procesos, el que se utiliza normalmente es el segundo porque se analizan objetos pequeños, pero el primero es más adecuado para estudiar objetos que por su gran tamaño o por su gran peso serían prácticamente imposibles de mover, como por ejemplo, un edificio.

Cualquiera que sea el método utilizado se requiere de un punto, una línea o un plano de referencia (real o imaginario), sobre los cuales se moverá el observador o el objeto, hasta que se obtenga una vista igual o idéntica a la inicial. Si esto ocurre diremos que la entidad de referencia (*i.e.* el punto, la línea o el plano) es un *elemento de simetría*, y la acción realizada es una *operación de simetría*.

Ahora bien, si la operación de simetría es un movimiento que podamos realizar físicamente, entonces la operación de simetría será una *operación propia*; por el contrario, aquellas operaciones de simetría en las que necesitamos de nuestra imaginación para poder realizarlas se denominan *operaciones impropias*. Al primer grupo de operaciones pertenecen los ejes de rotación (C_n) y la identidad (E), mientras que al segundo pertenecen los planos de simetría (σ), los ejes de rotación-reflexión (S_m), y el centro de inversión (i) (tabla 2).

Los elementos y las operaciones de simetría se definen a continuación, y se ejemplifican con el octaedro.

a) Eje de rotación $\boldsymbol{C_n}$

Es una rotación del objeto de 360°/n, donde n es el orden del eje y puede tomar el valor de cualquier número natural (1, 2, 3,…∞). Así, C_2, C_3 y C_4 representan giros de 180°, 120° y 90°, respectivamente, siendo C_4 el eje de orden mayor en el octaedro (figura 2).

b) Plano de reflexión σ

Es un plano que corta al objeto por la mitad y refleja a una parte con la otra, lo cual significa que, a ambos lados del plano y situados a la misma distancia, debe haber partes iguales del objeto para que se reflejen recíprocamente (figura 3).

c) Eje de rotación-reflexión $\boldsymbol{S_m}$

Es una rotación del objeto de 360°/m seguida de una refle-

Tabla 2. Operaciones y elementos de simetría que se presentan en la simetría puntual.

Operación de simetría*		Elemento de simetría	
Es una aplicación que lleva al objeto a una posición indistinguible de la original.	Símbolo (Nombre de la aplicación).	Es una entidad geométrica sobre la cual se realiza una operación de simetría.	Símbolo. (Nombre de la entidad).
Ninguna.	*E (identidad)*	Ninguno.	E (identidad)
Rotación de 360°/n	C_n (eje de rotación propia)	Una línea o eje de rotación.	Cn (eje de rotación propia)
Reflexión en un plano.	σ (plano de reflexión)	Un plano interno de reflexión.	σ (plano de reflexión)
Inversión de todos los puntos a través del centro del objeto.	*i* *(centro de inversión)*	Un punto situado en el centro del objeto.	i
Una rotación de 360°/m seguida de una reflexión en un plano perpendicular al eje de rotación.**	S_m (eje de rotación impropia)	Una línea o eje de rotación.	S_m

(*) Nótese que la simbología que se usa para las operaciones y los elementos de simetría es la misma, excepto que las primeras se escriben en itálicas.
(**) Los subíndices *n* y *m* se utilizan para denotar, respectivamente, el orden de los ejes propios e impropios, y pueden tomar valores de 1, 2, 3,… ∝.

xión perpendicular a dicho eje, lo cual se puede expresar como $S_m = (C_m)\perp(\sigma C_m)$; si bien, la rotación y la reflexión perpendicular pueden no existir individualmente como operaciones de simetría. En el octaedro el primer caso ocurre para el S_4 y el segundo para el S_6 (figura 4).

d) El centro de inversión ***i***
Es la reflexión a través del centro, de cada uno de los puntos del objeto hasta su posición opuesta, como si el centro mismo se tratara de un espejo esférico pequeño (figura 5).

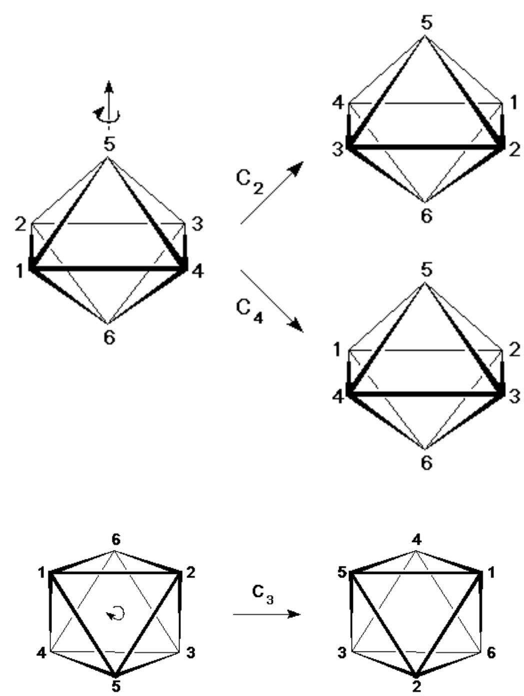


Figura 2. Arriba, los productos de las operaciones C_2 y C_4; abajo, el producto de la operación C_3. Obsérvese que en este último caso la perspectiva es paralela a dos caras opuestas: la cara frontal es la 1-2-5 y la cara posterior es la 3-4-6. Aunque son idénticos, los vértices del octaedro se numeran para poder apreciar el resultado de las operaciones.

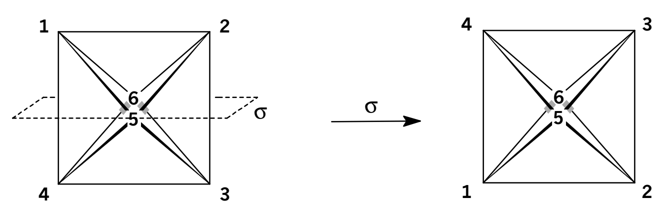


Figura 3. La reflexión en un plano. Obsérvese que hay un intercambio recíproco de 1 con 4 y 2 con 3, y que los vértices 5 y 6 permanecen sin cambio porque están contenidos en el plano.

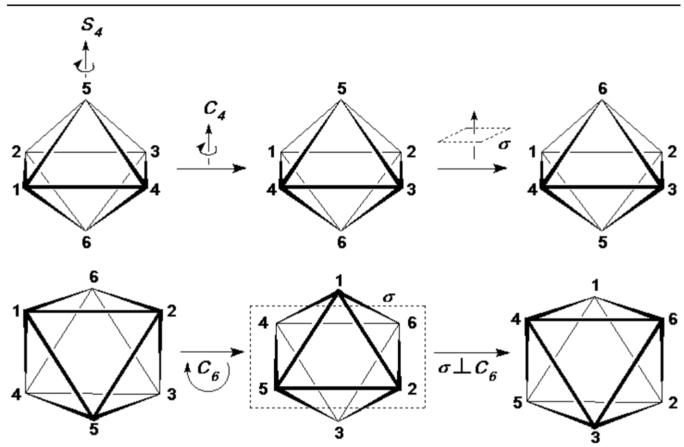


Figura 4. Dos de los ejes de rotación reflexión del octaedro: el S_4 (arriba) y el S_6 (abajo). Observe que en este último caso, el eje C_6 y el plano de reflexión perpendicular a él no son operaciones de simetría por sí mismos.

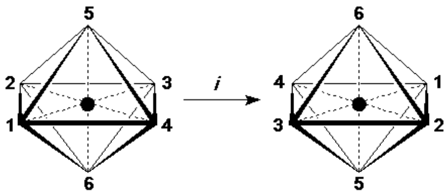


Figura 5. El centro de inversión *i*. Observe que cada uno de los vértices se intercambian recíprocamente con su opuesto por el centro.

e) La identidad ***E***

Es una operación de simetría o un conjunto de operaciones de simetría que llevan a un objeto a su posición de partida. Un giro de 360° (C_1) realizado sobre cualquier eje que pase por el centro del objeto, o un ciclo de ciertas operaciones de simetría dan como resultado la identidad. Así, al aplicar n veces un eje de rotación propio (C_n^n), dos veces el centro de inversión (i^2), o dos veces un plano de reflexión (σ^2) obtenemos como resultado la identidad (E). En la figura 6 se presenta la identidad como resultado de aplicar dos veces el centro de inversión ($i^2 = E$).

Para obtener la identidad a partir de un eje de rotación-reflexión se requiere no sólo de que se complete el ciclo de rotaciones, sino que también se requiere que el número de las reflexiones perpendiculares al eje de rotación sea par. Estos dos casos se pueden expresar matemáticamente de la siguiente manera:

a) Cuando m es par:
$S_m^m = [(C_m)(\sigma \perp C_m)]^m = (C_m^m)(\sigma \perp C_m)^m = E(E) = E.$

Por ejemplo: $S_4^4 = [(C_4)(\sigma \perp C_4)]^4 = (C_4^4)(\sigma \perp C_4)^4 = E(E) = E.$

b) Cuando m es impar:
$[S_m^m]^2 = \{[(C_m)(\sigma \perp C_m)]^m\}^2 = [(C_m^m)(\sigma \perp C_m)^m]^2$
$= [E^2(\sigma \perp C_m)^{2m}] = [E(E)] = E.$

Por ejemplo: $[S_3^3]^2 = \{[(C_3)(\sigma \perp C_3)]^3\}^2 = [(C_3^3)(\sigma \perp C_3)^3]^2$
$= E^2(\sigma \perp C_3)^6 = E(E) = E.$

La simetría del octaedro

El octaedro pertenece al grupo puntual O_h, cuyos elementos de simetría son los siguientes [Bishop, 1973; Cotton, 1977; Cotton, 1990; Jaffe, 2002; Hargittai, 1995; Walton, 1998]:

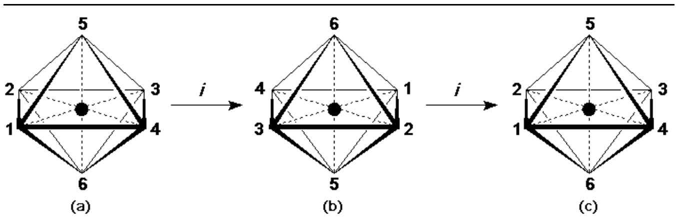


Figura 6. La identidad *E* como producto de i^2*=(i)(i)*. Observe que la posición del octaedro en (c) es idéntica a la posición de partida (a).

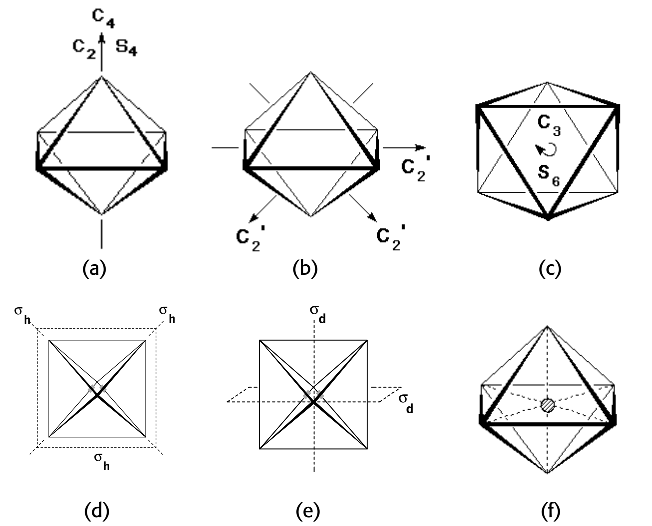
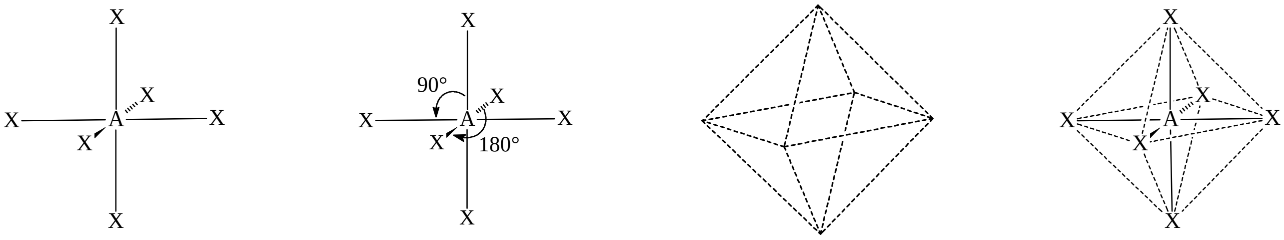


Figura 7. Elementos de simetría del octaedro: a) Uno de los tres ejes C_4 de mayor orden y los ejes C_2 y S_4 colineales con él; b) Tres de los seis ejes C_2'; c) Vista paralela a uno de los tres ejes C_3 y al eje S_6 colineal con él; d) Los tres planos horizontales (σ_h); e) Dos de los seis planos diédricos (σ_d), y f) El centro de inversión (i).

a. Nueve ejes binarios (C_2): Tres C_2 que pasan por cada par de vértices opuestos (figura 7a) y seis C_2' que pasan por cada par de aristas opuestas (figura 7b).
b. Cuatro ejes ternarios (C_3) que pasan por el centro de cada par de caras opuestas (figura 7c).
c. Tres ejes cuaternarios (C_4) que pasan por cada par de vértices opuestos y son colineales con los ejes C_2 (figura 7a).
d. Cuatro ejes de rotación-reflexión (S_6) que pasan por el centro de cada par de caras opuestas; es decir, que son colineales con los ejes C_3 (figura 7c).
e. Tres ejes de rotación-reflexión (S_4) que pasan por cada par de vértices opuestos; es decir, que son colineales con los ejes C_2 y C_4 (figura 7a).
f. Nueve planos de simetría (σ): tres de ellos (σ_h) pasan por cuatro vértices y son mutuamente ortogonales; es decir, que se encuentran a 90° entre ellos (figura 7d). Cada uno de los otros seis planos restantes (σ_d) pasan por pares de vértices opuestos y cortan a cuatro triángulos por la mitad (figura 7e).*
g. Centro de inversión (i) que se encuentra en el centro del octaedro (figura 7f).

* Los subíndices h, d y v se usan para denotar a los plano de simetría horizontales, diédricos y verticales, respectivamente. Un plano horizontal es perpendicular al eje C_n de mayor orden, en tanto que los planos verticales y diédricos contienen a dicho eje. La diferencia entre un plano vertical y un plano diédrico es que este último bisecta al ángulo formado por dos ejes binarios. En el caso de que el único elemento de simetría sea un plano, entonces se le denominará simplemente como σ.



(a) (b) (c) (d)

Figura 8. Un compuesto octaédrico (a) y sus ángulos de enlace (b). Un octaedro (c) y un compuesto octaédrico inscrito en él (d).

Sobre estos elementos de simetría se pueden realizar un total de 48 operaciones de simetría: 24 operaciones propias (E, 9 C_2, 6 C_3 y 8 C_4), y 24 operaciones impropias (8 S_4, 6 S_6, 9 σ y el i). Note que el número de operaciones propias es igual al número de operaciones impropias.

La estereoquímica de compuestos octaédricos

Para los compuestos octaédricos del tipo AX_6 (donde A representa al átomo central y X a los ligantes monodentados que están enlazados a él) son posibles varias geometrías, entre ellas la octaédrica (figura 8a), en la que los ángulos de enlace X–A–X son iguales a 90° o 180°, según se haga referencia a un par de ligantes cercanos o lejanos, respectivamente (figura 8b). Eso significa que esa estructura puede ser inscrita en un octaedro (figura 8c), de tal manera que el átomo A y los sustituyentes X se encuentran, respectivamente, en el centro y en los vértices del octaedro (figura 8d).

Ese proceso permite describir una estructura química mediante el poliedro asociado, lo cual simplifica enormemente el proceso de enseñanza-aprendizaje, no sólo de su simetría, sino de su estereoquímica en general. Por ejemplo, el hexafluoruro de azufre, SF_6, cuya longitud de enlace F–S es de 156 picómetros podría modelarse con un octaedro de arista s = 221 picómetros (1 picómetro = 1×10^{-12} m = 1×10^{-10} cm) (Hanson, 1995). Sin embargo, un modelo de esas características sería "muy poco" didáctico, por lo que en su lugar se podría construir un modelo a escala; por ejemplo un modelo ampliado 300,000,000 de veces (300,000,000:1) para obtener un octaedro de aristas s = 6.63 cm que representara más adecuadamente al SF_6.

Construcción del modelo

a) *Materiales y herramientas*

1 m de hilo elástico, una aguja de canevá, una perforadora, una barrita de pegamento, unas tijeras y una copia en cartulina de la plantilla de la figura 9.†

b) *Procedimiento*

1. Recorte la plantilla y remarque con un bolígrafo las aristas del octaedro (líneas continuas), para hacer los dobleces.
2. Con la perforadora haga hoyos en los sitios indicados con círculos en cuatro de las pestañas.
3. Pegue entre sí el par de pestañas marcadas con el número 1 y deje que el pegamento seque.
4. Corte un pedazo de hilo elástico (aproximadamente 20 cm) y amarre uno de sus extremos pasando el hilo entre los agujeros de las pestañas que pegó.
5. Pegue el otro par de pestañas marcadas con el número 2. El par de parejas de pestañas debe de quedar, obviamente, por dentro del modelo, y las líneas punteadas que representarán a los planos de simetría, por fuera de él.
6. Pegue la pestaña número 3 a la parte interior de la cara marcada con el número 3, para que el modelo se cierre parcialmente, y deje que seque el pegamento.
7. Cuidadosamente y con paciencia, pase el otro extremo del hilo por el segundo par de agujeros. Ajuste la tensión del hilo y amárrelo de tal manera que se pueda llevar de su forma octaédrica o "expandida" a su forma bidimensional o "plegada". El modelo terminado se presenta en la figura 10.

Uso del modelo (¡Realice un acto de magia!)

Presione el modelo entre los dedos pulgar e índice para presentarlo "desinflado" a los estudiantes (figura 10b). Realice un pequeño truco de magia lanzando el modelo al aire. Los alumnos observarán que el modelo se expande y gira en el aire antes de caer nuevamente en sus manos.

Si usa el modelo con niños, la magia puede involucrar la participación de uno de ellos como ayudante para soplar por la parte cerrada del modelo. El operador del modelo debe disminuir la presión de los dedos para permitir que el modelo se "infle" con cada uno de los soplidos del ayudante.

Para la enseñanza de la simetría a estudiantes de licenciatura, se sugiere la lectura del presente artículo y el uso del modelo para realizar las operaciones de simetría indicadas

† Se recomienda realizar esta actividad por equipos (4 personas), para que se compartan la perforadora, la aguja y el pegamento, y comprar una madeja de hilo elástico para todo el grupo.

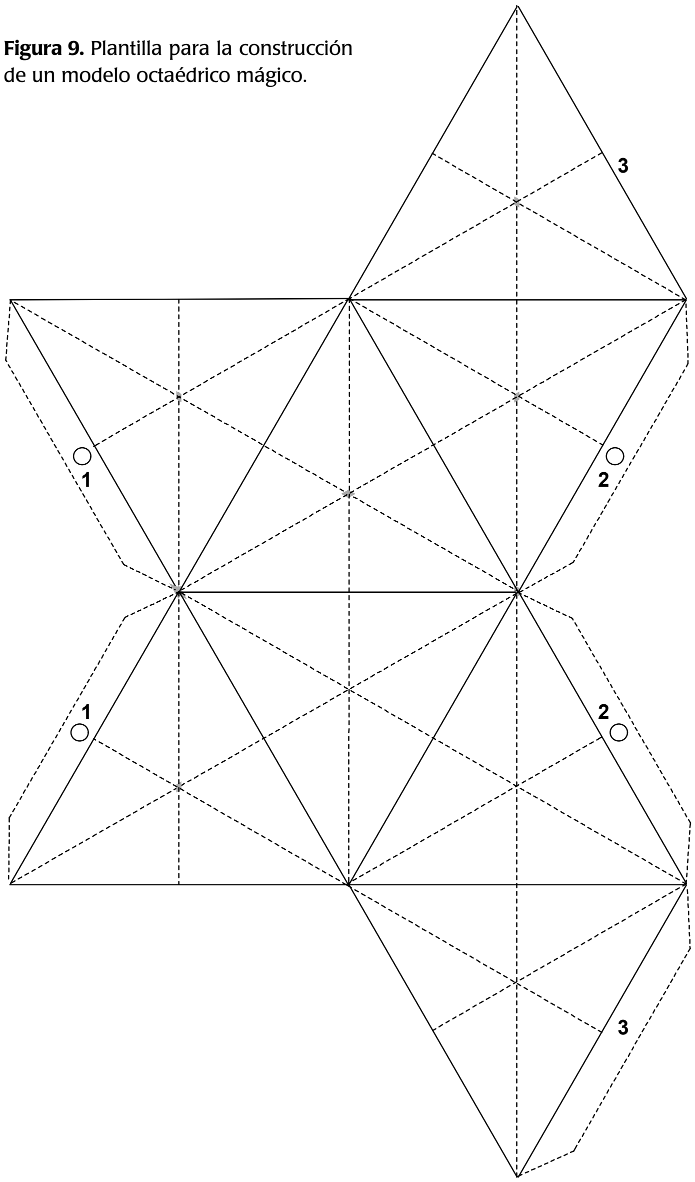


Figura 9. Plantilla para la construcción de un modelo octaédrico mágico.

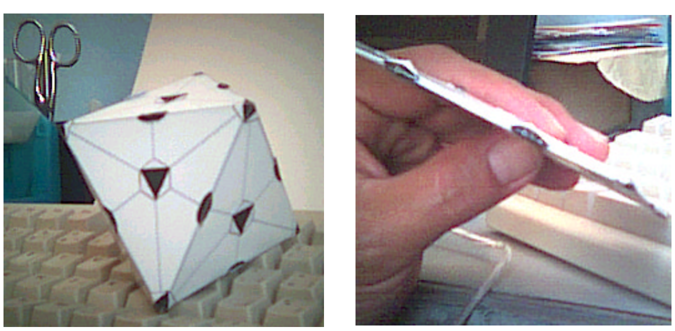


Figura 10. Modelo octaédrico autoexpandible: a). En su forma expandida y con sus elementos de simetría marcados, y b). En su forma plegada.

en las figuras 2-6, lo cual les permitirá encontrar los elementos de simetría correspondientes (figura 7). Se sugiere numerar los vértices del modelo para facilitar ese trabajo.

Para estos estudiantes también se sugiere la realización de los ejercicios y las actividades de refuerzo que se presentan abajo.

Los estudiantes de cursos avanzados pueden usar el modelo como apoyo para desarrollar el diagrama de orbitales moleculares del SF_6 (*internet 3*; Purcell, 1979) o para indicar la orientación de sus orbitales híbridos d^2sp^3, que se obtienen como resultado de la aplicación de la teoría de enlace valencia (*internet 4*).

Ejercicios sugeridos

1. El sentido de giro de los ejes de rotación propia e impropia se realiza, por convención, en el sentido del giro de las manecillas del reloj. Compruebe que el giro de 270° en dirección de las manecillas del reloj, realizado sobre uno de los ejes de rotación C_4, produce el mismo resultado que el giro de 90° en dirección contraria. Es decir, compruebe que:
$$C_4^3 = C_4^{-1}$$
2. Compruebe que la rotación de 180° seguida de una reflexión en el plano perpendicular al eje de dicha rotación es equivalente al proceso de invertir a través del centro a cada uno de los vértices del octaedro. Es decir, compruebe que:
$$S_2 = i$$
3. En el inciso anterior no se indicó, a propósito, la ubicación del eje sobre el cual habría que realizar la operación S_2. De hecho, algunos estudiantes podrían haberla hecho tomando como base un par de vértices opuestos (colineal a un C_4), tomando como base el centro de un par de aristas opuestas (colineal a un C_2), tomando como base el centro de un par de caras opuestas (colineal al eje C_3) e incluso podría haber quienes consideraran todas estas opciones. Compruebe que en todos esos procesos el resultado es el mismo: *todos los vértices resultan invertidos a través del centro del octaedro*, por lo que todas esas operaciones se consideran como una sola: la *i*.
4. Efectúe una rotación de 360° perpendicular a uno de los planos de simetría del octaedro y luego realice la reflexión sobre dicho plano, para comprobar que:
$$S_1 = (C_1)(\sigma) = E(\sigma) = \sigma$$

Este resultado y el del inciso 2 permiten concluir que todas las operaciones de simetría podrían considerarse como ejes de rotación propios o ejes de rotación impropios.‡

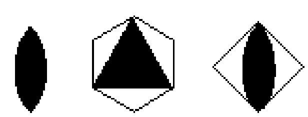
5. Compruebe que los ejes de rotación propia C_2 y C_3 son generados por las operaciones S_4^2 y S_6^2, respectivamente.
6. Coloree las puntas de: a) un vértice; b) dos vértices opuestos por el centro; c) Dos vértices sobre una arista; y d) Tres vértices sobre una cara. Indique cuáles elementos de simetría han desaparecido en cada caso.

Actividades de refuerzo

1) El modelo se puede convertir en un objeto giratorio semejante al juguete popular que se construye pasando un hilo entre los dos hoyos de un botón grande. Este juguete recibe nombres tales como rún-rún, rull-rull, t'injoroch, zumbador, etcétera, porque al hacerlo girar emite un zumbido (*internet 5* y *6*).

Si los estudiantes se encuentran organizados en equipos de tres, cada uno de ellos escogerá un eje de rotación propia ($C_{2'}$, C_3 o C_4) y elaborará su juguete mediante las siguientes instrucciones: a) identifiquen uno de los planos diédricos para hacer sobre él cuatro agujeros pasando entre ellos la aguja ensartada con 40 cm del hilo elástico; b) en el caso del C_2' se harán los agujeros a 1 cm de un par de aristas opuestas; en el caso del C_3 se harán los agujeros a 0.75 cm de los centros de un par de caras opuestas, y en el caso del C_4 se harán los agujeros a 1.5 cm de un par de vértices opuestos; c) cuide que el hilo que hace que el modelo se expanda, quede en medio del hilo que hará girar el modelo, si eso es correcto amárrelo; d) sujete el hilo por dos extremos equidistantes, sitúe el modelo en la parte media del hilo y hágalo girar estirando y encogiendo el hilo.

2) Como actividad alternativa se sugiere que el alumno decore el modelo a placer, pero sin destruir la simetría. Por ejemplo, que pruebe a dibujar un triángulo, un hexágono o una estrella de David en el centro de las caras, de manera que estén alineados con las aristas o los planos del modelo.



C_2 S_6 S_4

3) Como tercera alternativa se sugiere que el estudiante dibuje sobre el modelo los símbolos estereográficos de los elementos de simetría del octaedro, en los sitios mencionados en la tabla 2.

‡ Esta conclusión es importante para un estudiante de química orgánica que pretenda saber si una molécula es quiral o aquiral (que se traslapa o no, respectivamente, con su imagen en el espejo), en base a sus propiedades de simetría, puesto que en esta materia normalmente se le enseña sólo a buscar planos de simetría para determinar que el compuesto es meso (aquiral). Esta afirmación sólo es parcialmente correcta, puesto que un plano de reflexión y el centro de inversión son sólo "casos particulares" de un eje de rotación-reflexión. En general, una molécula que no posea ejes S_m es quiral.

Referencias

Arroyo-Carmona, R. E., *Diseño, construcción y validación de modelos tridimensionales para la enseñanza de la quiralidad en átomos tetraédricos,* Tesis de licenciatura. Facultad de Ciencias Químicas de la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla. Agosto, 2003.

Bishop, David M., *Group Theory and Chemistry,* Dover Publications, NY, 1973.

Cotton, F. A., *La teoría de grupos aplicada a la química*, Limusa, México, 1977, p. 69.

Cotton, F. A., *Chemical Applications of Group Theory*, 3rd edition, Wiley, NY, 1990.

Hanson, R. M., *Molecular origami: Precision scale models from paper*, Ed. University Science Books, EUA, 1995, p. 101.

Hargittai, I.; Hargittai, Magdolna, *Symmetry Through the Eyes of a Chemist*, 2nd edition, Plenum, NY, 1995.

Jaffe, H. H.; Orchin, Milton, *Symmetry in Chemistry*, Dover Publications, NY, 2002.

Purcell, K. F. y Kotz, J. C., *Química inorgánica,* Reverté, España, 1979, p. 221-222.

Walton, P. H., *Beginning group theory for chemistry*, 1st edition. Oxford University Press, NY, 1998.

Internet

1. Test design, *Matrix Formalism of Symmetry Operations* [En línea]: <http://www.ubishops.ca/ccc/div/sci/chem/index30.htm> [Fecha de consulta: 4 de julio de 2003].
2. Hart, G., *Neolithic Carved Stone Polyhedra* [En línea]: <http://www.georgehart.com/virtual-polyhedra/neolit hic.html> [Fecha de consulta: 4 de julio de 2003].
3. Nieter Burgmayer, S. J., *MO diagrams and orbital pictures from lecture oct*, [En línea]: <http://brynmawr.edu/Acads/Chem/sburgmay/chem231/MOdiagrams.html>. [Fecha de consulta: 22 de julio de 2003].
4. Sun, H., *Chapter 6: Chemical bonding II: Molecular geometry*, [En línea]. <http://chem.skku.ac.kr/~hssun/lecture/material/generalc-2/VSEPR.doc> [Fecha de consulta: 22 de julio de 2003].
5. "Origen y folclor de los juegos en Chile (Run-run)", en: *Ensayos* [En línea]. <http://www.uchile.cl/cultura/ oplath/antologia/origyfolc21.html> [Fecha de consulta: 22 de julio de 2003].
6. "Juegos típicos", en: *Especiales de emol"* [En línea]. [Fecha de consulta: 22 de julio de 2003]. <http://www.emol.com/tiempolibre/especiales/fiestas_patrias_02/juegos.htm>