

Jorge Zaragoza Badillo* y Ricardo Mansilla Corona**

La dinámica de la PEA en la ZMCM: aplicación de un modelo dinámico no lineal

Resumen | De la retroalimentación entre flujos migratorios de la población y oferta de empleo en la Zona Metropolitana de la Ciudad de México (ZMCM) resultó un patrón de crecimiento por etapas de la misma con sus respectivas modalidades migratorias, lo que nos ayudó a identificar a la zona como un sistema complejo. Asumiendo que la zona se encuentra en la tercera etapa de crecimiento urbano-urbano y urbano-suburbano, que le corresponde la modalidad migratoria intrametropolitana, y bajo el supuesto de que el principal factor de migración es la búsqueda de un empleo remunerado, se construyó un modelo matemático programado en computadora para modelar la dinámica de la población económicamente activa (PEA) en la ZMCM para los años 2000 y 2010, la cual depende de la tasa de crecimiento de la población económicamente activa ocupada (PEAO), de la tasa de crecimiento de la propia PEA, un saldo migratorio dinámico entre el centro (CDMX) y la periferia (zona conurbada) de la zona. El modelo sirvió para hacer análisis cualitativo del fenómeno, predicción en el corto plazo de la PEAO, la población económicamente activa desocupada (PEAD) y la tasa de desempleo, más algunas simulaciones. Se obtuvieron, gráficamente, los espacios de posibilidades de evolución del fenómeno modelado. Concluimos que el modelo ayuda a comprender mejor un fenómeno que es complicado y complejo y que podría ser usado como una guía para los que toman decisiones de política demográfica, política migratoria y de generación de empleos.

The dynamics of the EAP in the MZMC: Application of a dynamic nonlinear model

Abstract | From the feedback between the migratory flows of the population and the supply of employment in the Metropolitan Zone of Mexico City (MZMC) was a pattern of growth by stages of the same with their respective migratory modalities, for which it helped to identify the zone as a complex system. Assuming that the zone is in the third stage of urban-urban and urban-suburban growth, which corresponds to the intrametropolitan migratory modality, and assuming that the main factor of migration is the search for a paid employment, we built a computer-programmed mathematical model for dynamic model-

Recibido: 8 de mayo de 2017. Aceptado: 21 de junio de 2017.

* Doctor en economía, Instituto de Investigaciones Económicas-UNAM.

** Doctor en matemáticas, investigador del Centro de Investigaciones Interdisciplinarias en Ciencias y Humanidades-UNAM.

Correo-e: zaragozabadillo@exalumno.unam.mx

ing of the economically active population (EAP) in the MZMC for the years 2000 and 2010, which depends on the growth rate of the economically active occupied population (EAOP), the rate of growth of the EAP itself, a dynamic migration balance between the center (Mexico City) and the periphery (conurbation zone) of the area. The model served to make the qualitative analysis of the phenomenon, short-term prediction of EAOP, the economically active unemployed population (EAUP) and the unemployment rate, plus some simulations. The spaces of possibilities of the evolution of the modeled phenomenon were obtained graphically. We conclude that the model helps to better understand a phenomenon that is complicated and complex and could be used as a guide for decision makers on population policy, migration policy and job creation.

Palabras clave | modelo matemático, ZMCM, dinámica de la PEA, patrón de crecimiento urbano, migración, sistema complejo

Key words | MZMC, EAP dynamics, urban growth pattern, intrametropolitan migration, complex system

Introducción

En la primera parte se argumenta por qué se puede abordar el estudio de las ciudades con el paradigma de los sistemas complejos; en la segunda, hacemos una aproximación al objeto de estudio, lo cual nos permitió percatarnos de que el patrón de crecimiento de la ZMCM ha sido semejante al de otras ciudades del mundo, cuyas etapas de crecimiento tienen asociadas determinadas modalidades migratorias, una de ellas es la migración urbana–urbana (intrametropolitana), que para el caso que nos ocupa es la migración entre la CDMX y su área conurbada. En la tercera parte se explica la heurística del modelo, es decir, el significado de las variables y los parámetros, lo que se está modelando y cómo funciona; después se explican los supuestos del modelo con sus respectivas hipótesis y su formalización matemática. En la cuarta parte se hace la aplicación a la ZMCM para los años 2000 y 2010, incluyendo el análisis de estabilidad del modelo, lo cual ayudó a una mejor interpretación de los resultados. Por último, se hicieron algunas reflexiones a manera de conclusión.

Las ciudades como sistemas complejos

Antes que Prigogine (1987), Krugman (1996), Allen (1982,1997) y Batty (2007), una investigadora norteamericana, Jane Jacobs (1961), se percató de que a las ciudades se las podía estudiar como si se tratara de organismos vivos que evolucionan conforme transcurre el tiempo y que sufren transformaciones como

resultado de variables de todo tipo que influyen sobre estas de manera simultánea. A su vez, ella se inspiró en Warren Weaver (1948), quien sugirió que los sistemas, en general, se podían clasificar como aplicables a tres tipos de problemas: problemas de simplicidad; problemas de complejidad desorganizada, y los problemas de complejidad organizada.¹ Donde esta última categoría debería constituir la vanguardia de la ciencia. Al respecto dijo:

Estos problemas —y una amplia gama de problemas similares en la biología, la medicina, la psicología, la economía y la política— son demasiado complicados para ceder el paso a las viejas técnicas del siglo XIX, que eran tan dramáticamente exitosas en resolver problemas de la simplicidad con dos, tres y cuatro variables. Estos nuevos problemas, más aun, no pueden ser manejados de manera eficaz con las técnicas estadísticas que describen un comportamiento medio ante problemas de complejidad desorganizada [...] La ciencia debe, en los próximos 50 años,² aprender a lidiar con estos problemas de la complejidad organizada. (Weaver 1948, 538).

Así que Jacobs fue la primera en proponer que esos “problemas de complejidad organizada” incluían las ciudades. Más aún, para ella, las ciudades son un ejemplo *por excelencia* de complejidad organizada:

El simple hecho de pensar en las ciudades y llegar a algún lugar, una de las principales cosas que debe saber es qué tipo de problemáticas tiene [...] Las ciudades resultan ser problemas de complejidad organizada, como las ciencias de la vida. Se presentan situaciones en las que una media docena o varias docenas de cantidades están variando al mismo tiempo y de manera sutil interconectados [...] Las variables son muchas, pero no son sin orden ni concierto, sino que se están ‘interrelacionando en un todo orgánico’.³ (Jacobs 1961).

Esta idea de que las variables están interconectadas en un todo orgánico la condujo a concebir a las ciudades como un organismo biológico, lo cual es otra

1 Posteriormente, veremos que en la actualidad un sistema complejo se identifica por presentar caos determinista, es decir, el sistema presenta una parte ordenada y una parte desordenada, y lo que está en medio de ambas es la complejidad.

2 Justamente, cincuenta años después, en la década de los noventa, apareció el *boom* de las ciencias de la complejidad.

3 Jacobs no utilizó el término “sistema complejo”, pero queda claro que cuando habla de complejidad organizada se está refiriendo al mismo fenómeno. Más adelante veremos cómo la interacción de varios elementos de manera azarosa da como resultado la aparición de patrones emergentes, lo cual indica que en el desorden aparente también hay un “orden oculto”, como diría John Holland.

forma de reconocer que las ciudades pueden ser estudiadas como un sistema complejo debido a que actualmente está ampliamente aceptado que en cualquier organismo vivo se pueden encontrar las propiedades de un sistema complejo.⁴ En ese sentido, en su libro *La economía de las ciudades* retoma una discusión que hubo en el siglo XIX entre la teoría de la preformación y la teoría de la epigénesis:

Quienes consideran las ciudades simplemente como pueblos que se han ido haciendo grandes creen en una teoría de ‘preformación’ del crecimiento de la ciudad, una ampliación de lo que esencialmente ya está allí. Yo defiendo, más bien, una teoría de ‘epigénesis’ de las ciudades: la idea de que la ciudad crece por un proceso de diversificación y diferenciación gradual de la economía, partiendo de poco más que su trabajo de exportación inicial y los abastecedores de dicho trabajo. (Jacobs 1971, 144).

No sabemos si Prigogine y Allen conocen la obra de Jacobs, pero ellos también se dieron cuenta de que las ciudades y regiones se pueden ver como sistemas autorganizados, que se pueden modelar con sistemas dinámicos, los cuales son una parte importante de la matemática de los sistemas complejos. Para ello invirtieron casi diez años de investigación en la Universidad Libre de Bruselas. A continuación, veremos parte de lo que investigaron.

Con respecto a la modelación de los sistemas humanos Prigogine propuso lo siguiente:

Nuestra experiencia cotidiana nos enseña que *la capacidad de adaptación y la capacidad de estructuración del comportamiento*, como dos trazos fundamentales de los sistemas dinámicos no lineales, que pueden verificar transiciones bajo condiciones de no equilibrio, se encuentra entre las características más llamativas de las sociedades humanas. Por lo tanto, es completamente natural que partamos de que los modelos dinámicos, con sus posibilidades para la evolución y el cambio, son los más adecuados para la descripción de sistemas sociales. (Prigogine 1987, 317-318).

Aceptando el hecho de que podemos pasar de un sistema social a un sistema socioeconómico y que las ciudades en realidad son sistemas socioeconómicos asentados en un espacio geográfico y que evolucionan al transcurrir el tiempo, cabe hacernos las siguientes preguntas: ¿la evolución de una ciudad se dirige a una especie de óptimo global a la manera de un óptimo de Pareto?, o,

⁴ Algunas de esas propiedades son: dinámica no-lineal; evolución en el tiempo; irreversibilidad en el tiempo; frustración; rupturas de simetría; criticalidad autorganizada; fractalidad; estados cuantitativamente equivalentes, pero cualitativamente distintos, y, propiedades emergentes con formación de patrones espaciotemporales.

¿la evolución de una ciudad representa el desarrollo de un proceso estocástico complejo cuyas reglas no se pueden predeterminar? En otras palabras, ¿la evolución de las ciudades es lineal o no lineal? ¿La evolución de las ciudades es determinista o caótica, ¿son suficientes las experiencias anteriores para poder predecir el futuro de una ciudad o se caracteriza por ser impredecible? Si abordamos a las ciudades desde el paradigma de los sistemas complejos, Germinal Cocho y Gustavo Martínez–Mekler (2011) darían como respuesta: “Nada hay tan determinista como un tambache de procesos azarosos, desordenados”. Es decir, dentro de una ciudad podemos observar varios procesos azarosos desordenados que pueden ser captados con algunas variables relevantes que nos pueden indicar un patrón de evolución semejante para distintas ciudades de un mismo país o de diferentes países con sus respectivas modalidades migratorias, también semejantes, que nos sirvan de guía para predecir la siguiente etapa en el proceso de evolución de alguna ciudad que esté en sus primeras fases.

Uno de los principales trabajos que usan el paradigma de los sistemas complejos es el de Peter Allen, quien publicó sus resultados en el libro *Cities and Regions as Self–Organizing Systems. Models of Complexity* (1997), donde formula modelos que, con la ayuda de la computadora, simulan patrones de evolución que sugieren la existencia de autorganización⁵ en la formación de ciudades y regiones. Pero lo más interesante para este trabajo es que en el segundo capítulo usa un sistema de tres ecuaciones diferenciales acopladas para modelar los flujos migratorios en Estados Unidos para el periodo 1950–1970; este modelo⁶ explora cómo un cambio en el ‘empleo base’ puede inducir patrones realistas de migración y autorganización. La hipótesis de Allen es:

Esencialmente, la historia de la urbanización creciente es de una migración a través de un largo periodo de tiempo y de una concentración espacial de inversión económica en áreas particulares. Claramente, hay una relación entre las dos, desde que la inversión económica irá a los lugares donde hay fuerza de trabajo con habilidades apropiadas y un mercado, y la gente irá a las áreas donde hay oportunidades de tra-

5 La autorganización es una de las propiedades más importantes de un sistema complejo. La idea es la siguiente: los elementos que componen el sistema actúan sin ponerse de acuerdo entre ellos previamente, pero producto de la interacción entre ellos, sin querer y a veces sin darse cuenta, forman un patrón emergente que es propiedad del sistema, pero no de sus elementos. Por ejemplo, el crecimiento de la mancha urbana en una ciudad es el resultado de la interacción entre la población que inmigra buscando un empleo y los que lo ofrecen en dicha ciudad.

6 Este se tomó como base para modelar la dinámica de retroalimentación entre población y empleo que se aplicará en este trabajo, pero no significa que se vaya a aplicar el mismo modelo. Lo que tienen en común es que ambos son modelos dinámicos no lineales cuya base matemática son los sistemas de ecuaciones diferenciales no lineales.

bajo. Esta es la clase de efecto ‘catalítico cruzado’ que va a generar el crecimiento de centros de concentración urbana en nuestro modelo, mientras que la competencia por espacio va a establecer los límites de cómo una alta densidad urbana puede crecer. (Allen 1997, 27).

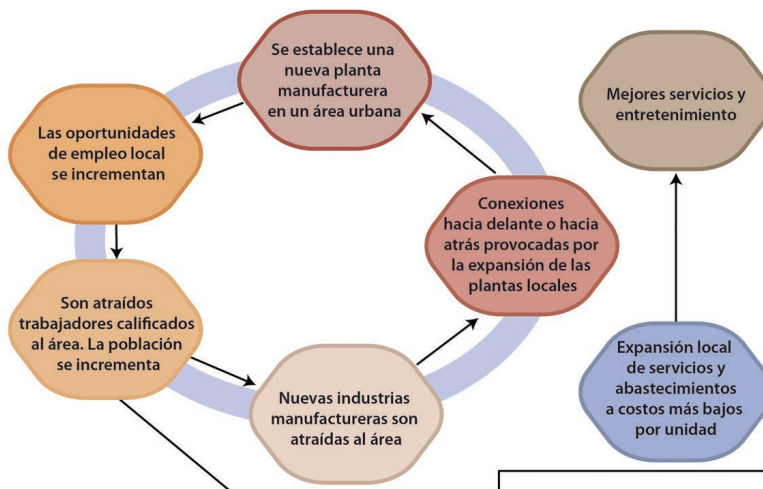
Una forma esquemática de ver la hipótesis de Allen es con la figura 1. Dicho de otro modo, hay una dinámica de retroalimentación entre empresas y personas, la cual inició con flujos migratorios por un largo periodo de tiempo a un determinado lugar; un ejemplo concreto son los flujos migratorios de europeos al norte de América durante los siglos XVI a XIX que dio como resultado el surgimiento de las primeras ciudades de Estados Unidos.

Un aspecto distintivo de los modelos con sistemas de ecuaciones diferenciales no lineales es que el horizonte de predictibilidad es de corto plazo; en todo caso, ayudan a comprender el comportamiento cualitativo, más que el cuantitativo, del fenómeno estudiado. Una ventaja de estos modelos es que se pueden programar en computadora, lo que hace posible plantear escenarios “jugando” con los valores de los parámetros y las variables.

La Zona Metropolitana de la Ciudad de México

Lo primero que necesitamos dejar claro desde el principio es que para este trabajo la Zona Metropolitana de la Ciudad de México (ZMCM) es aquella compuesta

Figura 1. Esquema de la dinámica de retroalimentación entre la población y el empleo.



Fuente: (Allen 1997, 84).

por las 16 delegaciones de la CDMX y 41 municipios del área conurbada (57 unidades económico–administrativas). Se trata de la zona metropolitana más grande y la más importante porque incluye a la capital del país (la CDMX), entidad federativa que desde la colonia ha registrado el PIB más alto y la mayor oferta de empleo. En el año 2012, la ZMCM era considerada por la Organización de las Naciones Unidas (ONU) como la tercera ciudad más grande del mundo con 20.4 millones de habitantes, solamente superada por Nueva Delhi y Tokio con 22.7 y 37.2 millones de habitantes, respectivamente; el informe del 2014, nuevamente coloca a Tokio con 38 millones de habitantes, seguida de Nueva Delhi con 25 millones, ahora el tercer lugar lo ocupa Shangai con 23 millones, el cuarto lugar la Ciudad de México (para nosotros es la ZMCM) también con 23 millones, seguida por Sao Paulo y Bombay con 21 millones. Como podemos ver, de 2012 a 2014 la población pasó de 20.4 millones a 23 millones en la ZMCM. Para llegar a este tamaño y lugar, la ZMCM pasó por varias etapas semejantes a las de otras ciudades del mundo:

La evolución intraurbana de las áreas metropolitanas del país muestra los patrones que sigue este tipo de localidades en otras latitudes del planeta.⁷ Las conurbaciones han ido transitando de una a otra fase de metropolitanismo; estas etapas han sido definidas como urbanización, suburbanización, desurbanización y reurbanización, y se correlacionan con estadios en la localización del empleo: concentración, desconcentración, estancamiento y reactivación. (Sobrino 2003, 455).

El mismo proceso descrito por Sobrino fue hecho en una investigación más reciente sobre la ZMCM, la cual muestra con datos de la población que hubo primero una concentración poblacional en la actual CDMX en la época del modelo de sustitución de importaciones (1940–1976), luego una dispersión hacia los municipios conurbados del Estado de México (1976–1995) y, más recientemente, están adquiriendo cada vez más importancia los flujos migratorios en ambos sentidos entre la CDMX y el área conurbada del Estado de México:

Por vez primera en muchas décadas se observó entre 1995 y 2000 un flujo que se reforzó hacia el D.F.,⁸ ya que esta entidad recibió a 173,865 migrantes del Estado de México, lo que representa más del doble de los que llegaron entre 1985 y 1990. En

⁷ Una de las ventajas de las ciencias de la complejidad y algunas de sus herramientas es que pueden ayudar a identificar, en principio, algunos patrones generales de comportamiento (propiedades emergentes) de fenómenos donde sus actores (agentes) toman decisiones individuales, es decir, sin ponerse de acuerdo con los demás.

⁸ En aquel entonces la CDMX todavía se llamaba Distrito Federal.

cambio se redujo el flujo de originarios del D.F. al Estado de México de 549,000 a 449,000 en el mismo lapso. (Negrete 2008, 214).⁹

Otro aporte teórico que complementa a los dos anteriores, pero con la virtud de asociar las fases de urbanización con modalidades migratorias es el siguiente:

[...] reconoce cuatro fases del proceso de urbanización: urbanización, urbanización-suburbanización, suburbanización y desurbanización, cada una de las cuales se caracteriza, entre otros aspectos por la preeminencia de ciertas modalidades migratorias. Así en la primera etapa predominan los flujos de carácter rural-urbano; en la segunda rural-urbano y rural-suburbano; en la tercera, los desplazamientos urbano-suburbano y urbano-urbano, incluida la migración por etapas a través de la jerarquía urbana, o bien los movimientos entre ciudades de la misma jerarquía; y en la cuarta etapa, los flujos desde los núcleos centrales y sus anillos circundantes hacia su *hinterland* no-urbano. (Tuirán 2000, 149).

De acuerdo con esto, la ZMCM se encuentra en la tercera fase, es decir, en los desplazamientos urbano-suburbano y urbano-urbano. Pero si dividimos a la ZMCM en dos partes donde el centro es la CDMX y la periferia toda la zona conurbada, es posible modelar la migración de la PEAD entre estas dos zonas urbanas, es decir, migración urbana-urbana. La idea es correr el modelo con datos del año 2000 y 2010 de los Censos de Población y Vivienda del INEGI.

Un modelo de la dinámica de la PEA aplicado a la ZMCM

La idea es que al transcurrir el tiempo la evolución de la PEA = PEA0 + PEAD se ajusta al nivel de empleo remunerado (E) que hay en la zona en cuestión, donde la cantidad de E en cada zona tiene relación con sus recursos, sus ventajas comparativas para la industria y los servicios, la distribución de la producción y la cantidad de E ocupados en los tres sectores de la economía, considerando el peso de las zonas en cuestión. Este modelo incluye la migración entre dos zonas de un porcentaje de la población que suponemos está desempleada, y ese es el principal motivo por el cual migra. El E es el principal parámetro, cuya variación es la

⁹ Esta cita es muy importante para la aplicación que vamos hacer del modelo. La autora dice que por primera vez en muchas décadas el flujo fue mayor de la CDMX hacia el área conurbada, pero en el periodo 1995-2000 es mayor del área conurbada hacia la CDMX, la tendencia continuó en el periodo 2005-2010, lo cual se verá cuando apliquemos el modelo.

que más influye en la evolución de las variables. Entonces, el método consiste en escribir dos sistemas de ecuaciones diferenciales con dos ecuaciones cada uno, donde cada sistema está acoplado por sí mismo por medio de la interacción de sus variables, pero, a su vez, los dos sistemas se acoplan por un saldo migratorio dinámico, donde el funcionamiento es el siguiente: se establece una relación inversa no proporcional entre la PEA0 y la PEAD cuya dinámica depende del nivel de E; cuando el nivel de E es alto en relación con la PEA, el incremento de la tasa de desempleo es lenta, pero cuando el nivel de E es pequeño en relación con la PEA el incremento de la tasa de desempleo es rápida. Como el modelo está programado para ser corrido en una computadora, podemos plantear escenarios con tan sólo modificar los valores de los parámetros y las variables. Además, otra virtud que tiene el modelo es que nos permite conectar la economía (por medio del parámetro del nivel de empleo), la demografía (a través de las tasas de crecimiento de las variables, las cuales llevan implícita la tasa natural de crecimiento de la población) y la migración (a través de los porcentajes de la población que migra de una zona a otra, bajo el supuesto de que son personas desempleadas).

Formalización matemática y construcción del modelo

Varios investigadores entre los que destacan Corona (1999), Tuirán (2000), Sobrino (2003) y Negrete (2008) coinciden en que hay cuatro fases del proceso de urbanización: urbanización, urbanización–suburbanización, suburbanización y desurbanización, las cuales se relacionan con diferentes modalidades de migración: en la primera etapa predominan los flujos de carácter rural–urbano, en la segunda rural–urbano y rural–suburbano, en la tercera los desplazamientos urbano–suburbano y urbano–urbano, incluida la migración por etapas a través de la jerarquía urbana, o bien los movimientos entre ciudades de la misma jerarquía, y en la cuarta etapa, los flujos desde los núcleos centrales y sus anillos circundantes hacia su *hinterland* no–urbano, tal y como se mencionó en un párrafo precedente.

De acuerdo con la evidencia y con base en los autores anteriores, podemos decir que la ZMCM, se encuentra en una etapa de desplazamientos urbano–urbano (entre la Ciudad de México y su zona conurbada que incluye 40 municipios del Estado de México y Tizayuca) que corresponde a la migración intrametropolitana y los movimientos entre ciudades de la misma jerarquía. Sabemos que también existe la migración interurbana y la pendular, pero en nuestra propuesta de modelo sólo vamos a modelar y hacer una aplicación de la migración intrametropolitana.

Las razones por las cuales las personas migran son varias, pero tomando como base la hipótesis de la presente investigación podríamos preguntar: ¿cuál

es la razón económica por la que migran la mayoría de las personas? Una posible respuesta es la siguiente: a la mayoría de las personas les gustaría vivir todo el tiempo en su lugar de origen, con su familia y sus amistades; pero la pobreza y la falta de empleos que satisfagan sus necesidades económicas les obligan a emigrar a aquellos lugares donde se encuentran los empleos que requieren para mejorar su nivel material de vida.

Dada la naturaleza dinámica y evolutiva del fenómeno de los flujos migratorios, vale la pena hacer el esfuerzo de comprender mejor el modelo por medio de la formalización matemática del mismo tomando en cuenta las causas económicas de la migración. Sin embargo, hay que recordar que este tipo de modelos (dinámicos no lineales) pueden predecir el comportamiento de un fenómeno de manera limitada, en cambio, nos pueden proporcionar información *cualitativa* acerca de los posibles estados futuros de su evolución (Allen, 1997). Un intento de generalización y de presentarlo de forma didáctica nos condujo a proponer el modelo lo más sencillo posible (dos sistemas con dos ecuaciones diferenciales y cinco parámetros cada uno) con el fin de conectar temas que, por lo regular, se estudian por separado: la demografía, la migración y la economía (por medio del nivel de empleo).

Supuestos del modelo

- i. La migración se da entre dos zonas.
- ii. En ambas zonas hay desempleo.
- iii. La población total (PT) es la suma de la población económicamente activa ocupada (PEAO) y la población económicamente activa desocupada (PEAD).
- iv. El nivel de empleo remunerado (E) está dado en ambas zonas.
- v. Un porcentaje de la PEAD de la zona 2, inmigra a la zona 1.
- vi. Una porcentaje de la PEAD de la zona 1, emigra a la zona 2.
- vii. La interacción entre la PEAO y la PEAD expresa la dinámica del mercado de trabajo.
- viii. La PEAD que busca trabajo, está en función de la proporción de la misma PEAD, dado el nivel de empleo.
- ix. El crecimiento de la PEAD está en función de la proporción de su propio tamaño.
- x. La población total (PT) crece en función del crecimiento de PEAO + PEAD.

Ahora bien, la dinámica entre PEAO y PEAD, dado un nivel de E y un porcentaje de migración de población desempleada entre dos zonas, está dada por las siguientes hipótesis:

- xi. La velocidad de crecimiento (o decrecimiento) de la PEAO es proporcional a la PEAD buscando trabajo dado el nivel de E , y disminuye (o aumenta) de ma-

- nera proporcional al crecimiento (o decrecimiento) de la dinámica del mercado de trabajo;
- xii. La velocidad de crecimiento de la PEAD aumenta en forma proporcional al crecimiento de la PT (suma de la PEAO y la PEAD), disminuye en función de la velocidad de crecimiento de la PEAO, y aumenta (o disminuye) de manera proporcional en función del saldo migratorio dinámico.

Formalización matemática de los supuestos

Con base en el supuesto iii) se establece:

$$P_i = x_i + y_i \quad \forall i = 1, 2 \quad (1)$$

donde:

P_i es la PT de la zona i ;
 x_i es la PEAO de la zona i ;
 y_i es la PEAD de la zona i ;

Ahora bien, con base en el supuesto ix), se puede establecer:

$$a_i y_i \quad \forall i = 1, 2 \quad a_i > 0 \quad (2)$$

donde: a_i es una tasa de crecimiento en la zona i , y toma valores $[0 : 1]$;

Al multiplicar la parte derecha de la expresión (2) por el nivel de empleo dado, E_i , se obtiene la expresión:

$$a_i y_i E_i \quad \text{para} \quad E_i > 0 \quad (3)$$

donde: E_i es el nivel de empleo remunerado dado en la zona i ;

La expresión (3) formaliza el supuesto viii).

Ahora, con base en el supuesto x), se establece:

$$b_i P_i = b_i (x_i + y_i) \quad \forall i = 1, 2; \quad b_i > 0 \quad (4)$$

donde: b_i es una tasa de crecimiento de la P en la zona i , y toma valores $[0 : 1]$;

Al sustituir las expresiones (2) y (4) en la expresión (1) se obtiene la formalización del supuesto x). Es decir:

$$P_i = b_i (x_i + y_i) \quad (5)$$

Ahora bien, al multiplicar la expresión (2) por x_i , se obtiene:

$$a_i y_i x_i \quad (6)$$

Con base en el supuesto v), se establece:

$$i_i y_i \quad (7)$$

El cual es un porcentaje de la PEAD de la zona i que inmigra. Y con base en el supuesto vi), se establece:

$$e_i y_i \quad (8)$$

Que representa el porcentaje de la PEAD de la zona i que emigra.

Ahora bien, restando la expresión (8) a la (7), se obtiene:

$$i_i y_i - e_i y_i \quad (9)$$

que representa el saldo de la migración.

Con base en la hipótesis xi), y las expresiones (3) y (6), se obtiene:

$$\frac{dx_i}{dt} = a_i y_i E_i - a_i y_i x_i \quad (10)$$

factorizando el lado derecho de la igualdad, la expresión se reduce a:

$$\frac{dx_i}{dt} = a_i y_i (E_i - x_i) \quad (11)$$

donde $\frac{dx_i}{dt}$ es la velocidad de crecimiento de la PEAO en la zona i .

Con base en la hipótesis xii) se puede establecer:

$$\frac{dy_i}{dt} = b_i P_i \quad \text{con } b_i > 0, \quad \forall i = 1, 2 \quad (12)$$

donde $\frac{dy_i}{dt}$ es la velocidad de crecimiento de la PEAD en la zona i .

Pero como $P_i = x_i + y_i$ entonces la expresión anterior es:

$$\frac{dy_i}{dt} = b_i(x_i + y_i) \quad (13)$$

Ahora, con base en la expresión (13), (11) y (9), se obtiene la formalización completa de la hipótesis xii):

$$\frac{dy_i}{dt} = b_i(x_i + y_i) - (a_i y_i(E_i - x_i)) + (i_i y_i - e_i y_i) \quad (14)$$

Así, las ecuaciones diferenciales (13) y (14) representan el modelo de la dinámica de la migración y el empleo de la zona i :

$$\frac{dx_i}{dt} = a_i y_i(E_i - x_i) \quad (15)$$

$$\frac{dy_i}{dt} = b_i(x_i + y_i) - (a_i y_i(E_i - x_i)) + (i_i y_i - e_i y_i)$$

Por último, especificando las zonas 1 y 2, en el sistema de ecuaciones (15), queda de la siguiente forma:

$$\text{Zona 1: } P_1 = x_1 + y_1$$

Sistema 1 (zona 1):

$$\frac{dx_1}{dt} = a_1 y_1(E_1 - x_1) \quad (16)$$

$$\frac{dy_1}{dt} = b_1(x_1 + y_1) - (a_1 y_1(E_1 - x_1)) + (i_2 y_2 - e_1 y_1)$$

Zona 2: $P_2 = x_2 + y_2$

Sistema 2 (zona 2):

$$\frac{dx_2}{dt} = a_2 y_2 (E_2 - x_2) \quad (17)$$

$$\frac{dy_2}{dt} = b_2(x_2 + y_2) - (a_2 y_2 (E_2 - x_2)) + (i_1 y_1 - e_2 y_2)$$

A continuación, veamos la figura de los flujos migratorios entre la zona 1 y la zona 2 que corresponden a los sistemas (16) y (17), respectivamente.

Figura 2.

Sistema 1 (zona 1):

$$\frac{dx_1}{dt} = a_1 y_1 (E_1 - x_1)$$

$$\frac{dy_1}{dt} = b_1(x_1 + y_1) - (a_1 y_1 (E_1 - x_1)) + (i_2 y_2 - e_1 y_1)$$

Sistema 2 (zona 2):

$$\frac{dx_2}{dt} = a_2 y_2 (E_2 - x_2)$$

$$\frac{dy_2}{dt} = b_2(x_2 + y_2) - (a_2 y_2 (E_2 - x_2)) + (i_1 y_1 - e_2 y_2)$$

Aplicación del modelo sobre la dinámica de la PEA en la ZMCM

Sean:

PEA = Población económicamente activa;

PEAO = Población económicamente activa ocupada;

PEAD = Población económicamente activa desocupada;¹⁰

E = Empleo remunerado.¹¹

Como ya se dijo, por un lado recurrimos a los Censos de Población y Vivienda 2000 y 2010 del INEGI para obtener la PEA y las variables PEAO y PEAD de las delegaciones y municipios que conforman la ZMCM. Por otro lado, obtuvimos la información del empleo remunerado (E) de los censos económicos 1999, 2004, 2009 y 2014 del INEGI tomando al personal ocupado remunerado de las unidades económicas de cada una de las delegaciones y municipios de la zona en cuestión. Por último, bajo el supuesto de que la población migrante es aquella que se desplaza en busca de mejores condiciones materiales de vida tratando de obtener un empleo, para el dato del porcentaje de migración recurrimos a la información de la población que vivía en otro municipio (delegación) cinco años antes, la cual se encontró, también, en los Censos de Población y Vivienda 2000 y 2010. Toda la información se bajó de la página www.inegi.gob.mx del INEGI.

Tomando en cuenta que el modelo que vamos aplicar está compuesto por dos sistemas de ecuaciones diferenciales a los cuales denominamos zona 1 y zona 2, es menester dejar claro cuáles municipios (delegaciones) de la ZMCM van a conformar dichas zonas. En este caso, la zona 1 (centro) está compuesta por las 16 delegaciones de la CDMX (antes D.F.), y la zona 2 (periferia) está compuesta por 40 municipios conurbados del Estado de México más Tizayuca que es un municipio de Hidalgo. En el siguiente cuadro se presentan las listas de las 16 delegaciones y los 41 municipios que componen el centro y la periferia de la ZMCM:

10 En la página Web y publicaciones del INEGI aparece como población económicamente activa no ocupada (PEANO).

11 En este caso, dadas las dificultades para encontrar información desagregada a nivel delegación política o municipio de los afiliados al IMSS, al ISSSTE y otras instituciones similares que prestan servicios de salud a los trabajadores, se tomará como equivalente del empleo formal al personal ocupado remunerado dependiente de la razón social (PORDRS) —información extraída de los censos económicos 1999, 2004, 2009 y 2014 del INEGI— que trabaja en las Unidades Económicas de cada delegación y/o municipio de la ZMCM.

Cuadro 1. Zona Metropolitana de la Ciudad de México, Centro y Periferia.

Centro		Periferia			
1	Azcapotzalco	1	Tizayuca	22	Nextlalpan
2	Coyoacán	2	Acolman	23	Nicolás Romero
3	Cuajimalpa de Morelos	3	Atenco	24	Papalotla
4	Gustavo A. Madero	4	Atizapán de Zaragoza	25	La Paz
5	Iztacalco	5	Coacalco de Berriozábal	26	San Martín de las Pirámides
6	Iztapalapa	6	Cocotitlán	27	Tecámac
7	La Magdalena Contreras	7	Coyotepec	28	Temamatla
8	Milpa Alta	8	Cuautitlán	29	Teoloyucan
9	Alvaro Obregón	9	Chalco	30	Teotihuacán
10	Tláhuac	10	Chiautla	31	Tepetlaoxtoc
11	Tlalpan	11	Chicoloapan	32	Tepotztlán
12	Xochimilco	12	Chiconcuac	33	Texcoco
13	Benito Juárez	13	Chimalhuacán	34	Tezoyuca
14	Cuahtémoc	14	Ecatepec de Morelos	35	Tlalmanalco
15	Miguel Hidalgo	15	Huehuetoca	36	Tlalnepantla de Baz
16	Venustiano Carranza	16	Huixquilucan	37	Tultepec
		17	Ixtapaluca	38	Tultitlán
		18	Jaltenco	39	Zumpango
		19	Melchor Ocampo	40	Cuautitlán Izcalli
		20	Naucalpan de Juárez	41	Valle de Chalco Solidaridad
		21	Nezahualcōyotl		

Fuente: Elaboración propia con base en INEGI. XII Censo General de Población y Vivienda 2000.

Aplicación del modelo con datos del Censo de Población y Vivienda 2000 y los Censos Económicos 1999 y 2004

A continuación, se presenta el cuadro 2 con toda la información para la aplicación:

Cuadro 2. Centro–Periferia, 2000.

Nombre de la variable o parámetro	Variable	Zona 1 (Centro = CDMX)	Zona 2 (Periferia = Área conurbada)
Población económicamente activa (PEA), millones	P_i	3.64	3.45
Población económicamente activa ocupada (PEAO), millones	x_i	3.58	3.39
Población económicamente activa desocupada (PEAD), millones	y_i	0.06	0.06
Empleo remunerado (E), millones	E_i	1.97	0.67
Tasa de crecimiento de la PEAD, 1990–2000	a_i	-0.21	-0.11
Tasa de crecimiento de la PEA, 1990–2000	b_i	0.23	0.55
Porcentaje de inmigración	l_i	0.02	0.05
Porcentaje de migración	e_i	0.05	0.02

Nota: El empleo remunerado es un promedio de los datos de los censos económicos 1999 y 2004.

Fuente, elaboración propia con datos de:

- (1) INEGI, XI Censo General de Población y Vivienda 1990.
- (2) INEGI, XII Censo General de Población y Vivienda 2000.
- (3) INEGI, Censos Económicos 1999.
- (4) INEGI, Censos Económicos 2004.

Cuadro 3. Zona Metropolitana de la Ciudad de México, 2000. Población económicamente activa ocupada y población económicamente activa desocupada de la Ciudad de México (centro) y área conurbada (periferia), millones de personas.

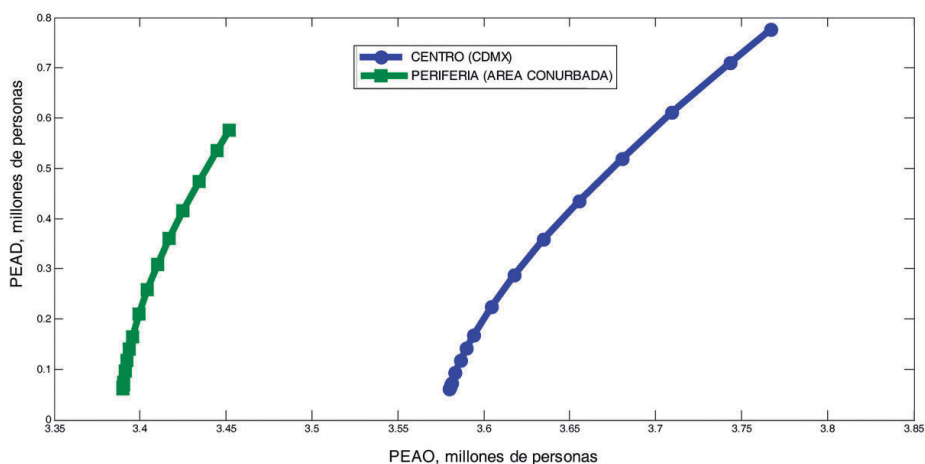
Tiempo	PEAO, CDMX	PEAD, CDMX	PEAO, área conurbada	PEAD, área conurbada
1	3.58	0.06	3.39	0.06
2	3.58	0.06	3.39	0.06
3	3.58	0.07	3.39	0.07
4	3.58	0.07	3.39	0.07
5	3.58	0.09	3.39	0.10
6	3.59	0.12	3.39	0.12
7	3.59	0.14	3.39	0.14
8	3.59	0.17	3.40	0.16
9	3.61	0.24	3.40	0.22
10	3.63	0.32	3.41	0.28
11	3.65	0.42	3.42	0.35
12	3.68	0.52	3.43	0.42
13	3.72	0.64	3.44	0.49
14	3.76	0.76	3.45	0.57
15	3.82	0.91	3.47	0.65
16	3.88	1.06	3.48	0.74
17	3.88	1.08	3.49	0.75

Fuente: Elaboración propia con base en los resultados arrojados por el modelo.

El cuadro 3 muestra los resultados numéricos arrojados por el modelo.

La figura 3 muestra la relación entre las variables PEAO y PEAD. La azul es la CDMX (centro) y la verde es el área conurbada (periferia).

Figura 3. ZMCM, 2000, PEAO VS. PEAD.

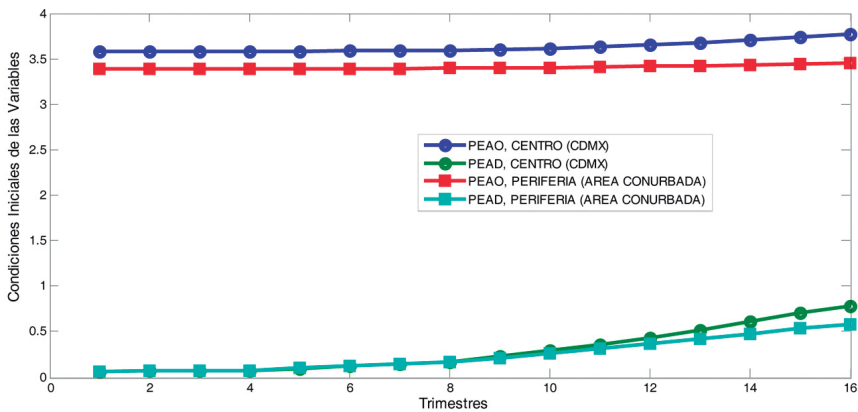


Fuente: Elaboración propia con base en el cuadro 2 y el programa MATLAB 7.8.0.

La figura 3 nos indica que hay una relación directa no proporcional entre las variables (PEAO vs. PEAD) de ambas zonas porque la pendiente de sus respectivas curvas son positivas. Un ejemplo de la lectura que se hace es el siguiente: cuando hay 3.6 millones de PEAO en la CDMX, simultáneamente hay 0.2 millones (200,000) de PEAD (personas desempleadas); cuando hay 3.4 de PEAO en el área conurbada (municipios del Estado de México y Tizayuca), simultáneamente hay, también, 0.2 millones (200,000) de PEAD (personas desempleadas).

Ahora presentamos la trayectoria de las variables, es decir, su evolución a través del tiempo:

Figura 4. ZMCM, 2000. Trayectorias de las variables.



Fuente: Elaboración propia con base en el cuadro 3 y el programa MATLAB 7.8.0.

La figura 4 nos muestra que el comportamiento de las variables (PEAO y PEAD) en el centro (CDMX) es casi paralelo, pero a partir del tiempo 8 la PEAD empieza a crecer más rápido que la PEAO; en el caso de la periferia (área conurbada) se observa algo semejante, también la PEAD empieza a crecer más acelerada que la PEAO a partir del tiempo 8. No obstante, debido a que se trata de un modelo dinámico no lineal, el horizonte de predictibilidad es de corto plazo. Dicho horizonte se puede determinar comparando la evolución de las variables del mundo real con la evolución de las variables trazadas con los datos arrojados por el modelo. Por lo pronto, una de las ventajas de usar la nomenclatura del INEGI para correr el modelo es que podemos predecir —aunque sea en el corto plazo— la evolución de la PEA = PEAO + PEAD y la tasa de desempleo $[TD = \left(\frac{PEAD}{PEAO}\right) * 100]$.

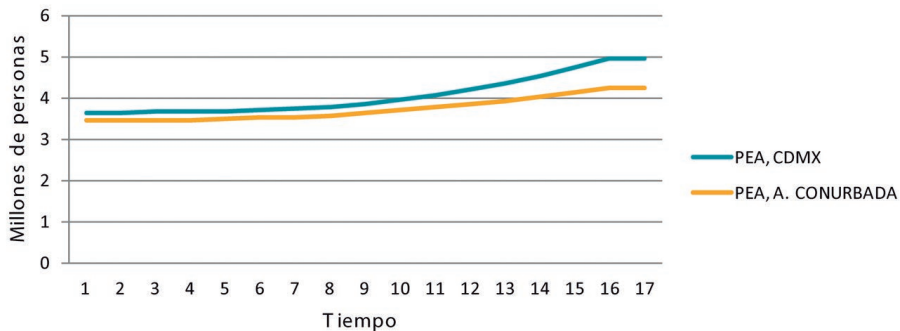
A continuación se muestra un cuadro del cálculo de la PEA con los datos arrojados por el modelo y la gráfica respectiva:

Cuadro 4. Zona Metropolitana de la Ciudad de México, 2000. Población económicamente activa de la Ciudad de México (centro) y área conurbada (periferia), millones de personas.

Tiempo	PEA, CDMX	PEA, área conurbada
1	3.64	3.45
2	3.64	3.45
3	3.65	3.46
4	3.65	3.46
5	3.68	3.49
6	3.70	3.51
7	3.73	3.53
8	3.76	3.56
9	3.85	3.62
10	3.95	3.69
11	4.07	3.76
12	4.20	3.84
13	4.35	3.93
14	4.53	4.02
15	4.72	4.12
16	4.94	4.23
17	4.96	4.24

Fuente: Elaboración propia con base en los resultados arrojados por el modelo.

Figura 5. PEA de la CDMX y área conurbada, 2000.



Fuente: Elaboración propia con base en el cuadro 4.

Lo que se puede comentar de la figura 5 es que la PEA refleja el comportamiento de las variables que la componen. Pero sólo podemos confiar de dicha tendencia en el corto plazo.

Por último, en el cuadro 5 mostramos el cálculo de las tasas de desempleo con los datos arrojados por el modelo, así como su gráfica respectiva.

En este cuadro podemos observar con mayor claridad que no podemos confiar en los resultados de largo plazo con este tipo de modelos. Podemos percatarnos de que las tasas de desempleo del tiempo 1 al 7 podrían considerarse razonables, pero del tiempo 8 al 17 se aceleran de manera exagerada. Lo ante-

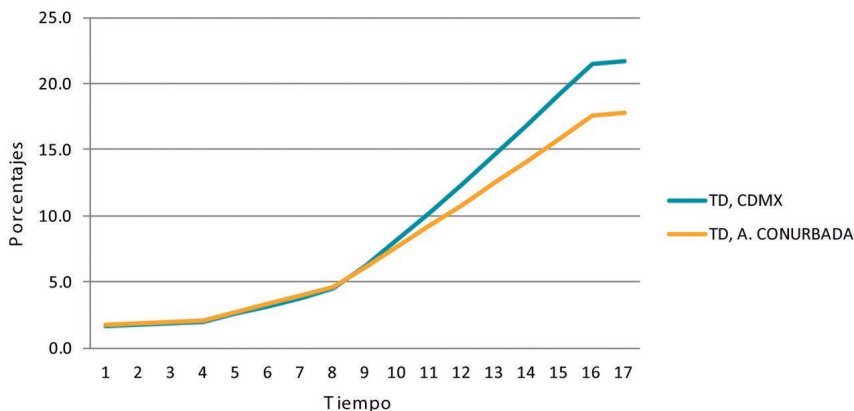
Cuadro 5. Zona Metropolitana de la Ciudad de México, 2000. Tasa de desempleo de la Ciudad de México (centro) y área conurbada (periferia), porcentajes.

Tiempo	TD, CDMX	TD, área conurbada
1	1.6	1.7
2	1.8	1.9
3	1.9	2.0
4	2.0	2.1
5	2.6	2.7
6	3.2	3.4
7	3.8	4.0
8	4.5	4.6
9	6.2	6.1
10	8.2	7.7
11	10.2	9.2
12	12.4	10.8
13	14.6	12.5
14	16.9	14.1
15	19.2	15.8
16	21.5	17.6
17	21.7	17.8

Fuente: Elaboración propia con base en los resultados arrojados por el modelo.

rior se explica porque el E se mantiene constante a través del tiempo, mientras que la PEA y las variables que la componen siguen creciendo.

Figura 6. TD de la CDMX y área conurbada, 2000.



Fuente: Elaboración propia con base en el cuadro 5.

En la figura anterior podemos ver con más claridad cómo a partir del tiempo 8 se dispara la TD para ambas zonas (centro y periferia), motivo por el cual rei-

teramos que con este tipo de modelos no se puede confiar en las predicciones de mediano y largo plazos. Pero lo que se pierde de horizonte de predictibilidad se gana en la posibilidad de hacer análisis cualitativo y plantear diversos escenarios “jugando” con las condiciones iniciales (valores iniciales de los parámetros y las variables) gracias a que el modelo está programado en computadora.

Análisis de estabilidad del modelo con datos del año 2000

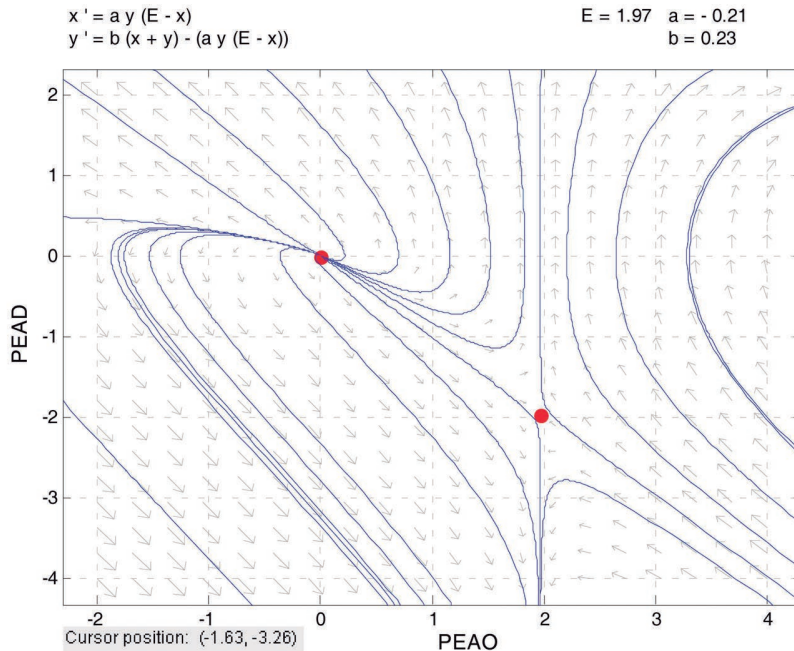
En la teoría de sistemas dinámicos se le llama análisis de estabilidad al cálculo de los puntos de equilibrio del sistema de ecuaciones diferenciales acoplado. El determinar cuántos puntos de equilibrio tiene el sistema y de qué tipo son, nos permite enriquecer el análisis cualitativo del fenómeno modelado, en este caso la dinámica de la PEA dado un nivel de E en cada una de las zonas. Se puede hacer el análisis a mano usando papel y lápiz, pero ahora la velocidad de cálculo de las computadoras y la existencia de programas de cómputo permiten calcular los puntos de equilibrio con más precisión y rapidez introduciendo el sistema y los valores de los parámetros en el programa de cómputo Matlab.¹² Debido a que las relaciones de causalidad entre la PEA (PEAO + PEAD) y E se han establecido igual tanto para el centro como para la periferia, entonces su estructura es igual, lo que nos permite adelantar que, en términos generales, ambos sistemas tienen la misma cantidad y el mismo tipo de puntos de equilibrio. Sin embargo, lo que hace diferente la evolución temporal de ambos sistemas son las condiciones iniciales (los valores iniciales de las variables de la población con sus respectivas tasas de crecimiento, la cantidad de empleos dados y el saldo migratorio de la PEAD). Tomando al sistema expresado en términos generales con la ecuación (15) y los valores de los parámetros del cuadro 2, se muestra a continuación la dinámica global del sistema con sus respectivos puntos de equilibrio:

- a) Dinámica global y puntos de equilibrio del sistema 1 (centro) para el año 2000.

En la figura 7 podemos apreciar que el sistema 1 (CDMX) para los valores señalados de los parámetros ($E = 1.97$, $a = -0.21$ y $b = 0.23$) tiene dos puntos de equilibrio, $P_1 (0, 0)$ el cual es una fuente y $P_2 (1.97, -1.97)$ el cual es una silla. Aquí podemos ver con mayor claridad la dinámica no-lineal que se genera, con la evolución a través del tiempo, de la interacción entre las dos variables de la PEA (PEAO y PEAD). Si bien sabemos que $PEA = PEA0 + PEAD$ es una igualdad contable, los valores de la misma están cambiando constantemente con el transcurrir del tiempo en función no sólo de los valores iniciales de las variables sino de los

12 Significa: *Matrix Laboratory*.

Figura 7. Dinámica global. CDMX, 2000.



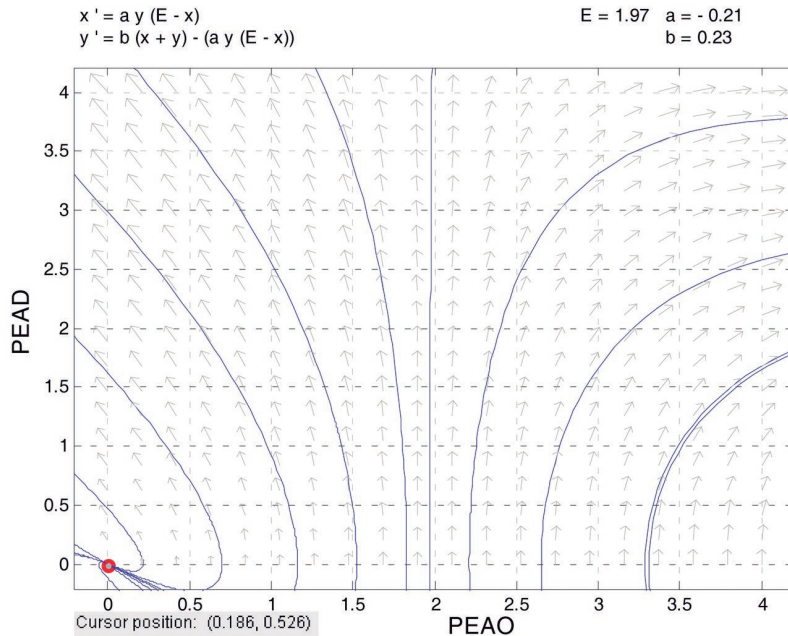
Fuente: Elaboración propia con base en el sistema (15) y el cuadro 2.

valores que toman los parámetros citados, principalmente el parámetro E (nivel de empleo remunerado), el cual es el parámetro de control del sistema porque dependiendo de su valor cambia el patrón cualitativo del sistema.

Por otra parte, también podemos decir que los dos puntos de equilibrio citados son inestables y se conectan los campos de dirección porque la parte derecha del campo de dirección de la fuente te arroja a la parte izquierda del campo de dirección de la silla. Pero, finalmente, al transcurrir el tiempo, las variables se alejan de los puntos de equilibrio.

Una breve interpretación en función del fenómeno modelado: dado que la PEAO (variable x) y la PEAD (variable y) no pueden tomar valores negativos, el análisis solo se puede hacer en el primer cuadrante (el cuadrante positivo) de la figura 7, de modo que en la figura 8 solo estamos graficando el primer cuadrante (el positivo). Así, podemos ver que cuando x es mayor que 0 pero menor que 2 hay una dinámica inversa no proporcional entre x e y , pero cuando $x = 2$, entonces $y = n$; finalmente, cuando $x > 2$ hay una dinámica directa no proporcional entre x e y . Lo anterior determina la evolución de las variables PEAO y PEAD al transcurrir el tiempo. Es decir, en la gráfica de la figura 8 podemos ver la evolución de

Figura 8. Dinámica global. CDMX, 2000.



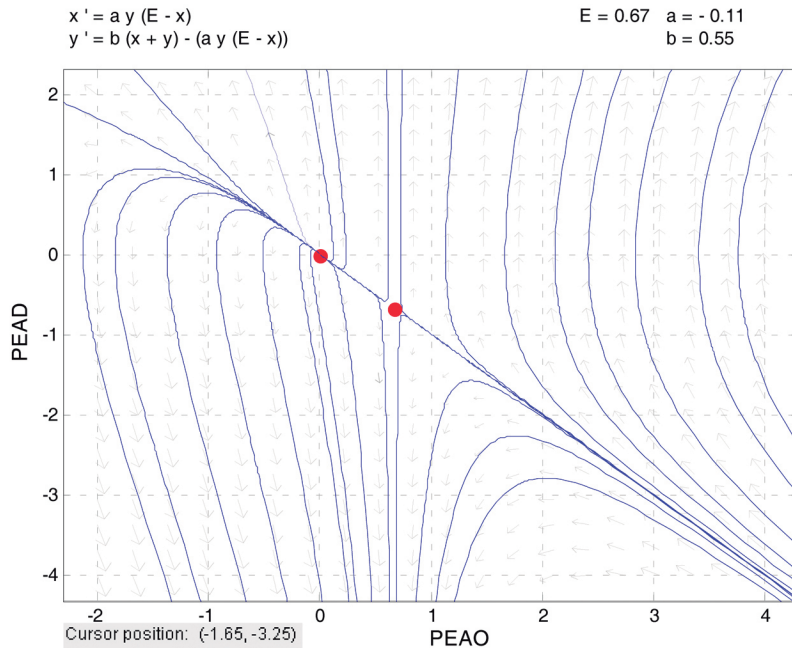
Fuente: Elaboración propia con base en el sistema (15) y el cuadro 2.

las variables para todos los valores positivos de PEAO entre 0 y 4 millones de personas, y todos los valores positivos de PEAD entre 0 y 4 millones de personas.

b) Dinámica global y puntos de equilibrio del sistema 2 (periferia) para el año 2000.

En la figura 9 podemos apreciar que el sistema 2 (área conurbada) para los valores señalados de los parámetros ($E = 0.67$, $a = -0.11$ y $b = 0.55$) también tiene dos puntos de equilibrio: $P_1 (0, 0)$ también es una fuente y $P_2 (0.67, -0.67)$ es una silla. También podemos ver con mayor claridad la dinámica no-lineal que se genera, con la evolución del tiempo, de la interacción entre las dos variables de la PEA (PEAO Y PEAD). Al igual que en el sistema 1, sabemos que $PEA = PEAO + PEAD$ es una igualdad contable, los valores de la misma están cambiando constantemente con el transcurrir del tiempo en función no solo de los valores iniciales de las variables sino de los valores que toman los parámetros citados, principalmente el parámetro E (nivel de empleo remunerado), el cual es el parámetro de control del sistema porque dependiendo de su valor cambia el patrón cualitativo del

Figura 9. Dinámica global. Área conurbada, 2000.

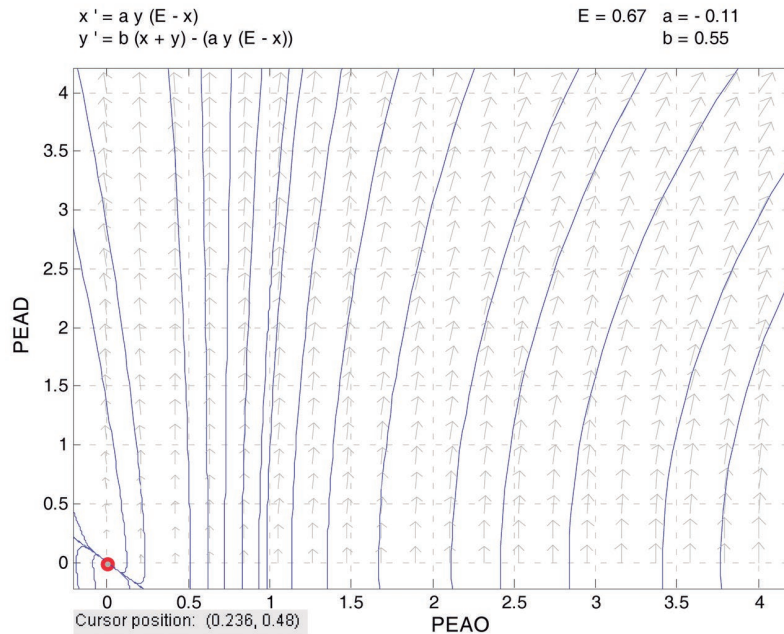


Fuente: Elaboración propia con base en el sistema (15) y el cuadro 2.

sistema. También podemos decir que ambos puntos de equilibrio son inestables y se conectan sus respectivos campos de dirección porque la parte derecha del campo de dirección de la fuente te arroja a la parte izquierda del campo de dirección de la silla. Pero finalmente, al transcurrir el tiempo, las variables se alejan de ambos puntos de equilibrio.

Una breve interpretación en función del fenómeno modelado: dado que la PEAO (variable x) y la PEAD (variable y) no pueden tomar valores negativos, el análisis solo se puede hacer en el primer cuadrante (el cuadrante positivo) de la figura 9, de modo que en la figura 10 graficamos solo el primer cuadrante (positivo) de la figura 9. Así, podemos ver que cuando x es mayor que 0 pero menor que 0.67 hay una dinámica inversa no proporcional entre x e y , pero cuando $x = 0.67$, entonces $y = x$; finalmente, cuando $x > 0.67$ hay una dinámica directa no proporcional entre x e y , la cual se acentúa más conforme crece el valor de x . Lo anterior determina la evolución de las variables PEAO y PEAD al transcurrir el tiempo. Es decir, en la gráfica de la figura 10 podemos ver la evolución de las variables para todos los valores positivos de PEAO entre 0 y 4 millones de personas, y todos los valores positivos de PEAD entre 0 y 4 millones de personas.

Figura 10. Dinámica global. Área conurbada, 2000.



Fuente: Elaboración propia con base en el sistema (15) y el cuadro 2.

Aplicación del modelo con datos del Censo de Población y Vivienda 2010 y los censos económicos 2009 y 2014

A continuación, se presenta el cuadro 7 con toda la información para la aplicación.

Cuadro 7. Centro–periferia 2010.

Nombre de la variable o parámetro	Variable	Zona 1 (Centro = CDMX)	Zona 2 (Periferia = Área conurbada)
Población económicamente activa (PEA), millones	P_i	4.04	4.50
Población económicamente activa ocupada (PEAO), millones	X_i	3.84	4.27
Población económicamente activa desocupada (PEAD), millones	Y_i	0.20	0.23
Empleo remunerado (E), millones	E_i	2.16	0.67
Tasa de crecimiento de la PEAD, 1990–2000	a_i	2.21	2.92
Tasa de crecimiento de la PEA, 1990–2000	b_i	0.07	0.31
Porcentaje de inmigración	i_i	0.01	0.04
Porcentaje de migración	e_i	0.04	0.01

Nota: El empleo remunerado es un promedio de los datos de los censos económicos 2009 y 2014.

Fuente, elaboración propia con datos de:

- (1) INEGI, XII Censo General de Población y Vivienda 2000.
- (2) INEGI, XIII Censo General de Población y Vivienda 2010.
- (3) INEGI, Censos Económicos 2009.
- (4) INEGI, Censos Económicos 2014.

Cuadro 8. Zona Metropolitana de la Ciudad de México, 2010. Población económicamente activa de la Ciudad de México (centro) y área conurbada (periferia), millones de personas.

Tiempo	PEAO, CDMX	PEAD, CDMX	PEAO, área conurbada	PEAD, área conurbada
1	3.84	0.20	4.27	0.23
2	3.84	0.21	4.27	0.24
3	3.84	0.22	4.27	0.25
4	3.85	0.24	4.27	0.26
5	3.86	0.29	4.27	0.31
6	3.87	0.36	4.28	0.35
7	3.88	0.42	4.28	0.40
8	3.90	0.50	4.29	0.45
9	3.93	0.63	4.30	0.54
10	3.98	0.78	4.31	0.64
11	4.03	0.94	4.32	0.74
12	4.09	1.12	4.33	0.85
13	4.16	1.33	4.35	0.97
14	4.24	1.55	4.36	1.10
15	4.34	1.81	4.38	1.24
16	4.35	1.85	4.38	1.27

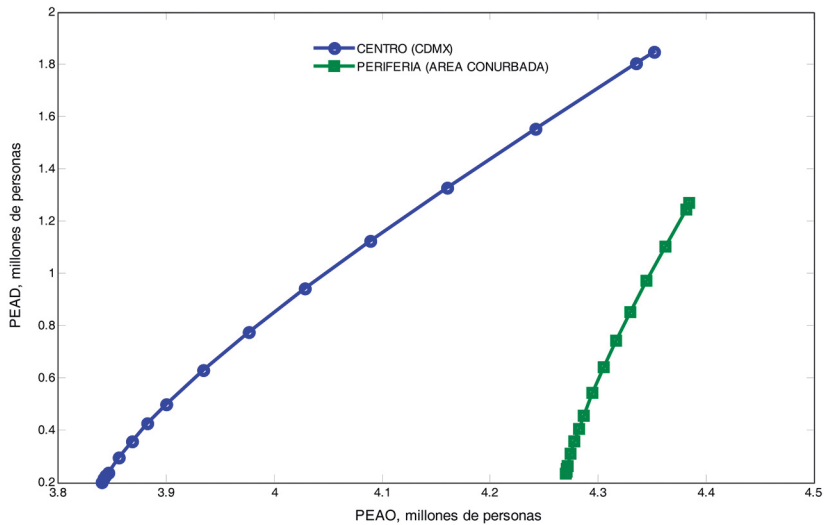
Fuente: Elaboración propia con base en los resultados arrojados por el modelo.

El cuadro 8 muestra los resultados numéricos arrojados por el modelo.

La figura 11 muestra la relación entre las variables PEAO y PEAD. La azul es la CDMX (centro) y la verde es el área conurbada (periferia).

Esta figura nos indica, asimismo, que hay una relación directa no proporcional entre las variables (PEAO vs. PEAD) de ambas zonas, las pendientes de sus res-

Figura 11. ZMCM, 2010. PEAO vs. PEAD.



Fuente: Elaboración propia con base en el cuadro 7 y el programa MATLAB 7.8.0.

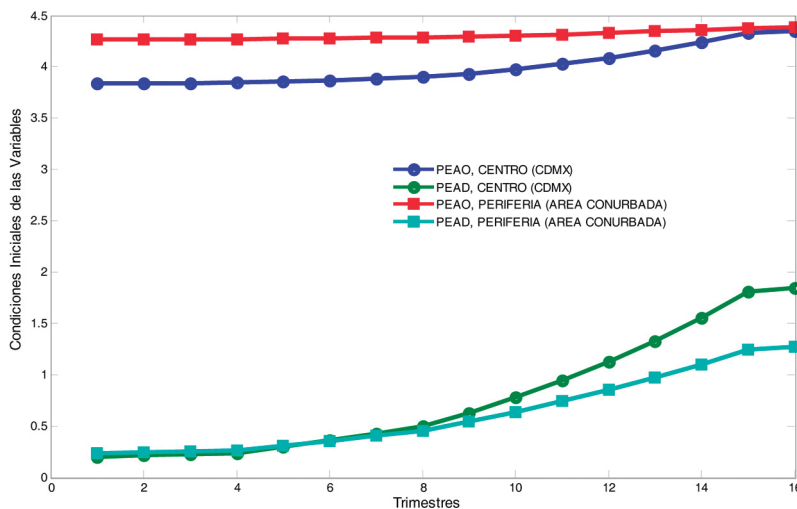
pectivas curvas, también, positivas, pero más inclinadas que en el año 2000. Igualmente, un ejemplo de la lectura de la gráfica es: cuando hay 3.9 millones de PEAO en la CDMX, simultáneamente hay 0.5 millones (500,000) de PEAD (personas desempleadas); cuando hay 4.3 de PEAO en el área conurbada (municipios del Estado de México y Tizayuca), simultáneamente hay, también, 0.5 millones (500,000) de PEAD (personas desempleadas).

Ahora presentamos la trayectoria de las variables, es decir, su evolución a través del tiempo.

La figura 12 nos muestra que ahora, a diferencia del 2000, tanto la PEAO como la PEAD y, en consecuencia, la PEA son mayores en la periferia que en el centro. Igual que en el 2000, el comportamiento de las variables en el centro (CDMX) es casi paralelo, pero a partir del tiempo 4 la PEAD comienza a crecer, primero lentamente, pero después se acelera, y crece más rápido que la PEAO; en el caso de la periferia (área conurbada) se observa algo semejante, pero el ritmo de la PEAD es más pronunciado que el de la PEAO, mostrando un ascenso, cada vez más acelerado, a partir del tiempo 4. De manera análoga a lo que se hizo con el año 2000, se muestra en el cuadro 9 el cálculo de la PEA con los datos arrojados por el modelo y la gráfica respectiva.

Igual que en el caso anterior, lo que se puede comentar de la figura 13 es que la PEA refleja el comportamiento de las variables que la componen. Pero sólo po-

Figura 12. ZMCM, 2010. Trayectorias de las variables.



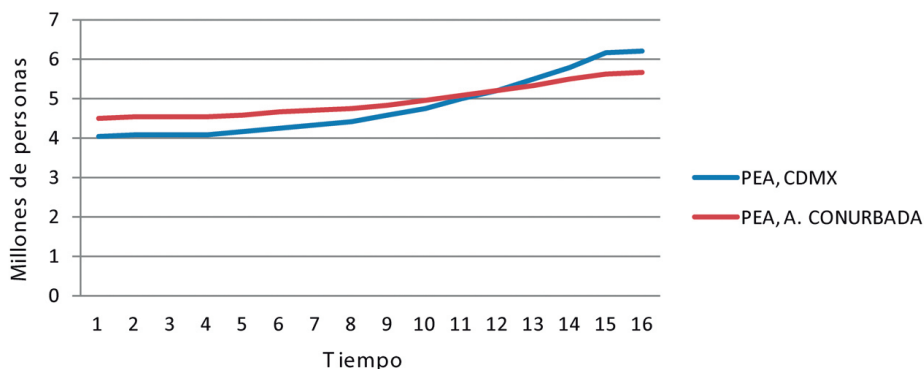
Fuente: Elaboración propia con base en el cuadro 7 y el programa MATLAB 7.8.0.

Cuadro 9. Zona Metropolitana de la Ciudad de México, 2010. Población económicamente activa de la Ciudad de México (centro) y área conurbada (periferia), millones de personas.

Tiempo	PEA, CDMX	PEA, área conurbada
1	4.04	4.50
2	4.05	4.51
3	4.07	4.52
4	4.08	4.53
5	4.15	4.58
6	4.22	4.63
7	4.31	4.68
8	4.40	4.74
9	4.56	4.84
10	4.75	4.94
11	4.97	5.06
12	5.21	5.18
13	5.49	5.32
14	5.80	5.46
15	6.14	5.63
16	6.20	5.65

Fuente: Elaboración propia con base en los resultados arrojados por el modelo.

Figura 13. PEA de la CDMX y área conurbada, 2010.



Fuente: Elaboración propia con base en el cuadro 9.

demos confiar de dicha tendencia en el corto plazo. Una gran diferencia con respecto al 2000 es que ahora la PEA es mayor en la periferia que en el centro.

Por último, en el siguiente cuadro mostramos el cálculo de las tasas de desempleo con los datos arrojados por el modelo, así como su gráfica respectiva:

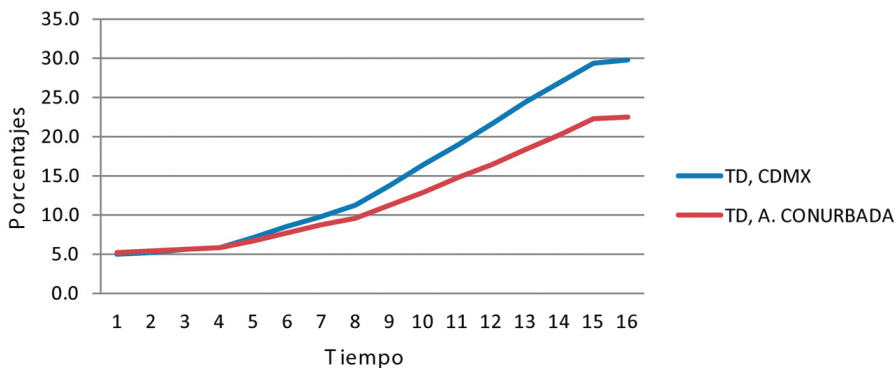
Una vez más, al igual que en el año 2000, en el cuadro 10 podemos observar con claridad que no podemos confiar en los resultados de largo plazo con este tipo de modelos. Podemos percatarnos de que las tasas de desempleo del tiempo 1 al 4 podrían considerarse razonables, pero del 5 al 16 se disparan de manera alarmante. Lo anterior se explica porque el *E* se mantiene constante a tra-

Cuadro 10. Zona Metropolitana de la Ciudad de México, 2010. Tasa de desempleo de la Ciudad de México (centro) y área conurbada (periferia), porcentajes.

Tiempo	TD, CDMX	TD, área conurbada
1	5.0	5.1
2	5.2	5.3
3	5.5	5.5
4	5.8	5.7
5	7.1	6.7
6	8.4	7.6
7	9.8	8.6
8	11.3	9.6
9	13.8	11.2
10	16.3	12.9
11	18.9	14.6
12	21.6	16.4
13	24.2	18.3
14	26.8	20.2
15	29.4	22.1
16	29.8	22.4

Fuente: Elaboración propia con base en los resultados arrojados por el modelo.

Figura 14. TD en la CDMX y en el área conurbada, 2010.



Fuente: Elaboración propia con base en el cuadro 10.

vés del tiempo, mientras que la PEA y las variables que la componen siguen creciendo.

Una vez más, en la figura 14 se ve claramente cómo a partir del tiempo 4 se dispara la *TD* para ambas zona, así queda claro que con este tipo de modelos no se puede confiar en las predicciones de mediano y largo plazos. Ya dijimos que lo que se pierde de horizonte de predictibilidad se gana en la posibilidad de hacer análisis cualitativo y plantear diversos escenarios “jugando” con las condiciones iniciales (valores iniciales de los parámetros y las variables) gracias a que el modelo está programado en computadora.

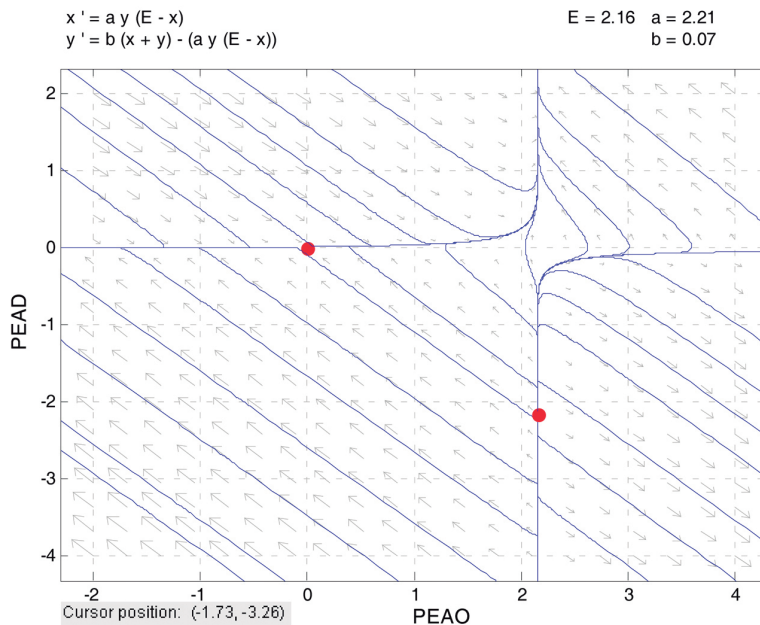
Análisis de estabilidad del modelo con datos del año 2010

a) Dinámica global y puntos de equilibrio del sistema 1 (centro) para el año 2010.

En la figura 15 podemos apreciar que el sistema 1 (CDMX) para los valores señalados de los parámetros ($E = 2.15$, $a = 2.21$ y $b = 0.07$) también tiene dos puntos de equilibrio, donde $P_1(0, 0)$ es una silla y $P_2(2.16, -2.16)$ es una fuente. También podemos ver con mayor claridad la dinámica no-lineal que se genera, con la evolución del tiempo, de la interacción entre las dos variables de la PEA (PEAO y PEAD). Al igual que en los sistemas anteriores, sabemos que $PEA = PEAO + PEAD$ es una igualdad contable, los valores de la misma están cambiando constantemente con el transcurrir del tiempo en función no sólo de los valores iniciales de las variables sino de los valores que toman los parámetros citados, principalmente el parámetro E (nivel de empleo remunerado), el cual es el parámetro de control del sistema porque dependiendo de su valor cambia el patrón cualitativo del sistema. También podemos decir que ambos puntos de equilibrio son inestables y se conectan sus respectivos campos de dirección porque la parte derecha del campo de dirección de la silla te arroja a la parte izquierda del campo de dirección de la fuente

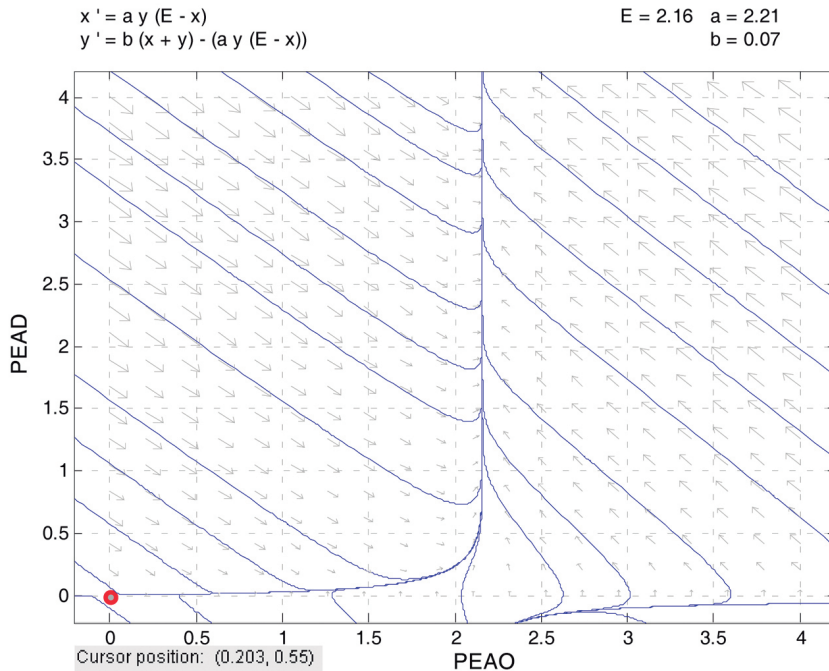
86 | **DOSSIER**

Figura 15. Dinámica global. CDMX, 2010.



Fuente: Elaboración propia con base en el sistema (15) y el cuadro 7.

Figura 16. Dinámica global. CDMX, 2010.



Fuente: Elaboración propia con base en el sistema (15) y el cuadro 7.

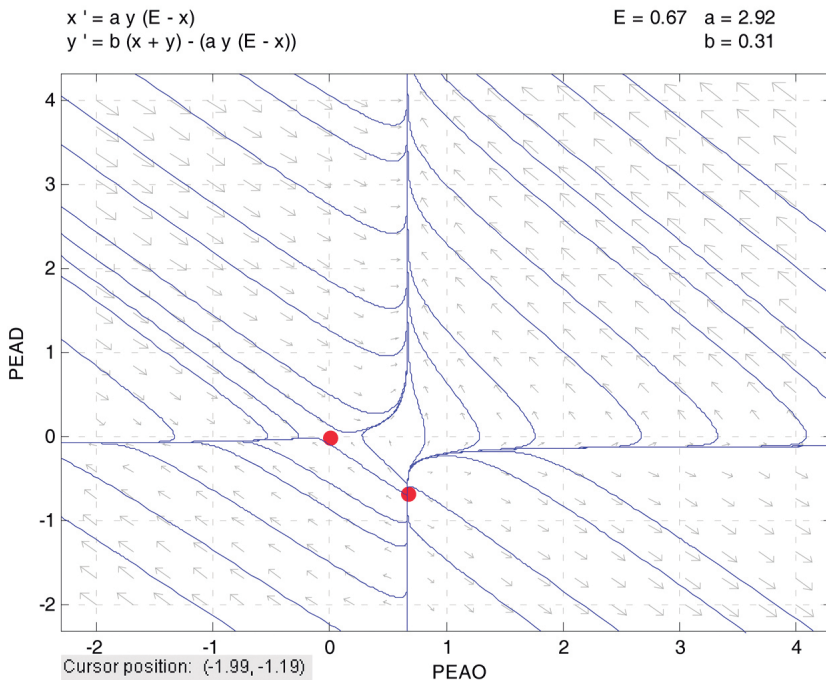
ción de la fuente. Pero finalmente, al transcurrir el tiempo, las variables se alejan de ambos puntos de equilibrio.

Una breve interpretación en función del fenómeno modelado: dado que la PEAO (variable x) y la PEAD (variable y) no pueden tomar valores negativos en el mundo real, el análisis sólo se puede hacer en el primer cuadrante (el cuadrante positivo) de la figura 15, de modo que en la figura 16 graficamos el primer cuadrante de la gráfica de la figura 15. Así, podemos ver que cuando x es mayor que 0 pero menor que 2.16 hay una dinámica inversa no proporcional entre x e y , pero cuando $x = 2.16$, en principio, hay una dinámica directa no proporcional, pero después $y = x$; finalmente, cuando $x > 2.15$ hay una dinámica inversa no proporcional entre x e y , la cual se acentúa más conforme crece el valor de x . Lo anterior determina la evolución de las variables PEAO y PEAD al transcurrir el tiempo. Es decir, en la gráfica de la figura 16 podemos ver la evolución de las variables para todos los valores positivos de PEAO entre 0 y 4 millones de personas, y todos los valores positivos de PEAD entre 0 y 4 millones de personas.

b) Dinámica global y puntos de equilibrio del sistema 2 (periferia) para el año 2010.

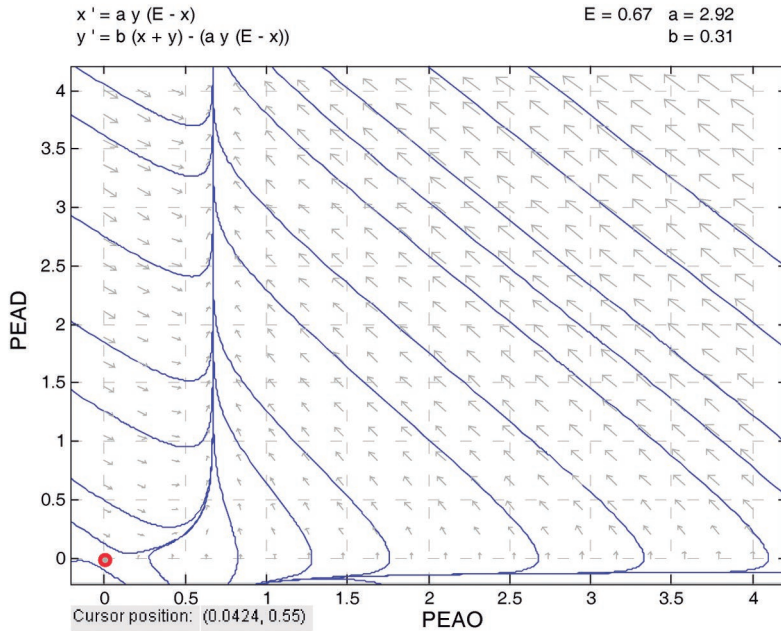
En la figura 17 podemos apreciar que el sistema 2 (área conurbada) para los valores señalados de los parámetros ($E = 0.67$, $a = 2.92$ y $b = 0.31$) también tiene dos puntos de equilibrio, donde $P_1 (0, 0)$ es una silla y $P_2 (0.67, -0.67)$ es una fuente. También podemos ver con mayor claridad la dinámica no-lineal que se genera, con la evolución del tiempo, de la interacción entre las dos variables de la PEAO (PEAO Y PEAD). Al igual que en los sistemas anteriores, sabemos que $PEA = PEAO + PEAD$ es una igualdad contable, los valores de la misma están cambiando constantemente con el transcurrir del tiempo en función no sólo de los valores iniciales de las variables sino de los valores que toman los parámetros citados, principalmente el parámetro E (nivel de empleo remunerado), el cual es el parámetro de control del sistema porque dependiendo de su valor cambia el patrón cualitativo del sistema. También podemos decir que ambos puntos de equilibrio son inestables y se conectan sus respectivos

Figura 17. Dinámica global. Área conurbada, 2010.



Fuente: Elaboración propia con base en el sistema (15) y el cuadro 7.

Figura 18. Dinámica global. Área conurbada, 2010.



Fuente: Elaboración propia con base en el sistema (15) y el cuadro 7.

campos de dirección porque la parte derecha del campo de dirección de la silla te arroja a la parte izquierda del campo de dirección de la fuente. Pero finalmente, al transcurrir el tiempo, las variables se alejan de ambos puntos de equilibrio.

Una breve interpretación en función del fenómeno modelado: dado que la PEAO (variable x) y la PEAD (variable y) no pueden tomar valores negativos en el fenómeno del mundo real, el análisis sólo se puede hacer en el primer cuadrante (el cuadrante positivo) de la figura 17, de modo que en la gráfica de la figura 18, graficamos sólo el primer cuadrante de la gráfica 17. Así, podemos ver que cuando x es mayor que 0 pero menor que 0.67, hay una dinámica inversa no proporcional entre x e y , pero cuando $x = 0.67$, entonces $y = x$; finalmente, cuando $x > 0.67$ hay una dinámica inversa no proporcional entre x e y , la cual se acentúa más conforme crece el valor de x . Lo anterior determina la evolución de las variables PEAO y PEAD al transcurrir el tiempo. Es decir, en la gráfica de la figura 18 podemos ver la evolución de las variables para todos los valores positivos de PEAO entre 0 y 4 millones de personas, y todos los valores positivos de PEAD entre 0 y 4 millones de personas.

A manera de conclusión

- 1) Abordando el objeto de estudio, la ZMCM, diversos investigadores de diferentes disciplinas han encontrado un patrón semejante de evolución de la misma, el cual también se ha presentado en otras ciudades del mundo. Así en la primera etapa predominan los flujos de carácter rural-urbano; en la segunda rural-urbano y rural-suburbano; en la tercera, los desplazamientos urbano-suburbano y urbano-urbano, incluida la migración por etapas a través de la jerarquía urbana, o bien los movimientos entre ciudades de la misma jerarquía; y en la cuarta etapa, los flujos desde los núcleos centrales y sus anillos circundantes hacia su *hinterland* no-urbano (Tuirán 2000). De acuerdo con esto, la ZMCM se encuentra en la tercera fase, es decir, en los desplazamientos urbano-suburbano y urbano-urbano. Para la modelación del fenómeno, dividimos a la ZMCM en dos partes donde el centro es el D.F. (ahora Ciudad de México), y la periferia toda la zona conurbada, ello hizo posible aplicar el modelo a la migración de un porcentaje de la población económicamente activa desocupada (PEAD) entre estas dos zonas urbanas.

- 2) Los modelos dinámicos están basados en la física cuántica, en donde descubrieron la existencia de sistemas lejos del equilibrio termodinámico, es decir, sistemas que intercambian energía, información o materia con su entorno, lo cual depende de si se trata de un sistema físico, químico, biológico o social, los cuales pueden ser modelados con la teoría de sistemas dinámicos, que es una rama moderna de la matemática. Estos sistemas tienen ciertas características: su estado cambia al transcurrir el tiempo como resultado de una dinámica no-lineal y esta tiene una parte local (puntos de equilibrio a nivel local) y otra global (la dinámica que se da a nivel global como consecuencia del tipo de puntos de equilibrio, la relación entre ellos y la orientación de sus campos de dirección); irreversibilidad del tiempo; la creación de sus propias reglas de comportamiento en el siguiente momento de la evolución en el tiempo y, por lo tanto, sensibilidad a las condiciones iniciales y un horizonte de predictibilidad de corto plazo. Lo asombroso de este tipo de sistemas es que son creados con reglas deterministas, pero a la hora de correr el modelo (programado en computadora), este se comporta de una manera aparentemente aleatoria, y así es como se presenta el llamado caos determinista; dicho de otro modo, son sistemas que tienen una parte ordenada y otra desordenada. Ahora bien, dentro de la naturaleza la mayoría de los fenómenos son dinámicos y no-lineales, ello incluye a los sistemas humanos, y, dentro de estos al sistema socioeconómico. Por lo anterior, Ilya Prigogine se percató de que los sistemas dinámicos son los más adecuados para modelar los sistemas humanos.

- 3) La abstracción que hicimos del fenómeno modelado es muy sencilla, aunque el fenómeno del mundo real no solo lo identificamos como complejo sino también como complicado. No obstante, gracias a la herramienta metodológica usada aquí fue posible encontrar un patrón de evolución cualitativo del sistema que nos permite comprender mejor el fenómeno modelado. Pero no sólo eso, gracias a que el modelo se pudo programar en computadora, dado que no tiene una solución analítica (resolverlo a mano con papel y lápiz), es perfectamente factible plantear varios escenarios cambiando las condiciones iniciales (los valores de las variables, los parámetros y los porcentajes de migración). En ese sentido, el modelo es una especie de “laboratorio de experimentación”.

- 4) Por último, queda abierta la posibilidad de hacerle extensiones al modelo, al igual que Peter M. Allen, para incluir de manera más explícita variables de la economía como la inversión, o siendo más ambiciosos, hasta variables que nos ayuden a incluir aspectos relacionados con la sustentabilidad. Todo ello, siempre y cuando no se pierda el principio de parsimonia de Occam, el cual dice que “las cosas esenciales no se deben multiplicar sin necesidad”; llevando el principio a la modelación matemática el reto es hacer un esfuerzo de abstracción para encontrar las variables esenciales del fenómeno y establecer la relación funcional entre ellas de la manera más sencilla y correcta. En ese sentido vale la pena recordar la siguiente cita: “Si uno establece las ecuaciones diferenciales erróneas cuando modela el movimiento de la luna, entonces, por muy correctamente que se aplique el cálculo, obtendrá cosas absurdas.” (Stewart 2012, 13). Para fortuna nuestra, la forma en que se estableció el sistema de ecuaciones diferenciales no lineales acopladas en el modelo de la presente investigación no arrojó cosas absurdas; al contrario, creemos que modela de manera razonable la evolución en el tiempo de las variables relacionadas (PEAO y PEAD) dada una cantidad de empleos; y dada la igualdad contable $PEA = PEOA + PEAD$, si sumamos las dos variables relacionadas, también nos dará la evolución en el tiempo de la PEA, lo cual nos da una idea de cómo se comportaron estas variables, las cuales se pueden verificar en los censos de población y vivienda del año 2000 y el del año 2010, pero también podemos tomar como referencia los conteos de población y vivienda del año 2005 y el del año 2015. Pero, para ello primero tendríamos que obtener información de los censos citados y de algunos censos económicos, y después agregar algunas variables como la PEA, la PEOA y la PEAD, que el INEGI las publica desagregadas, para poder compararlas con las tendencias del modelo. Si los datos oficiales publicados por INEGI se aproximan a las tendencias obtenidas por el modelo aquí propuesto y aplicado, podemos con-

cluir que tenemos un buen modelo del mundo real, lo que nos permitiría confiar en sus resultados para comprender y explicar mejor el fenómeno estudiado, y, de ser posible, también confiar en las simulaciones resultantes de la manipulación de las condiciones iniciales, en particular del parámetro de control que es el empleo remunerado (E). ■

Referencias

- Allen, Peter M. *Cities and regions as self-organizing systems. Models of complexity*. Amsterdam: Gordon and Breach Science Publishers, 1997.
- Batty, Michael. *Cities and complexity. Understanding with cellular automata, agent-based models, and fractals*. Cambridge, Ma.: MIT Press, 2007.
- Cocho, G. y Martínez-Mekler G. «Complejidad en comportamientos universales en las artes y las ciencias.» En Flores J. y Martínez-Mekler G. (comps.), *Encuentros con la complejidad*. México: Siglo XXI Editores, 2011.
- Corona, Reina et al. *Dinámica migratoria de la Ciudad de México*. México: Tu ciudad, 1999.
- Garza, Gustavo. «La ciudad como fuerza productiva: desarrollo económico y competitividad.» En Sobrino Jaime (coord.), *Competitividad urbana. Una perspectiva global y para México*. México: El Colegio de México, 2010.
- Gershenson, C. «¿Cómo hablar de complejidad?.» *Llengua, Societat i Comunicació*, núm. 11, 2013. <http://revistes.ub/index.php/LSC/lsc@ub.edu>.
- Golubitsky, Martin y Dellnitz Michael. *Algebra lineal y ecuaciones diferenciales con uso de Matlab*. México: International Thomson Editores, 2001.
- Instituto Nacional de Estadística y Geografía. *XI Censo de Población y Vivienda 1990*, México, 1990.
- . *Censos Económicos 1999*, México, 1999.
- . *XII Censo de Población y Vivienda 2000*, México, 2000.
- . *Censos Económicos 2004*, México, 2004.
- . *Censos Económicos 2009*, México, 2009.
- . *Censo de Población y Vivienda 2010*, México, 2010. <http://www.censo2010.org.mx/>
- . *Censos Económicos 2014*, México, 2014.
- Instituto Nacional de Estadística, Geografía e Informática, Secretaría de Desarrollo Social y Consejo Nacional de Población (INEGI-Sedesol-Conapo). *Delimitación de las zonas metropolitanas de México 2005*, Aguascalientes, México, INEGI, 2007.
- Jacobs, Jane. *La economía de las ciudades*. España: Península, 1971.
- . *Muerte y vida de las grandes ciudades*. Madrid: Capitán Swing Libros, (2011) [1961].

- Krugman, P. *The self-organizing economy*. EUA: Wiley-Blackwell, 1996.
- Malthus, Thomas R. *Ensayo sobre el principio de la población*. México: Fondo de Cultura Económica, (1998) [1798].
- Mansilla, R. *Actas de economía y complejidad I*. México: CEIICH-UNAM, 2015.
- Martínez-Mekler G. «Una aproximación a los sistemas complejos.» *Ciencias*, núm 59, julio-septiembre, UNAM, 2000, 6-9.
- Miramontes, O. «Los sistemas complejos como instrumentos de conocimiento y transformación del mundo.» En Santiago Ramírez (coord.) *Perspectivas en las teorías de sistemas*. México: Siglo XXI-CEIICH, UNAM, 1999.
- Miramontes, P. «El estructuralismo dinámico.» En Santiago Ramírez (coord.) *Perspectivas en las teorías de sistemas*. México: Siglo XXI-CEIICH, UNAM, 1999.
- Negrete, M. Eugenia. *El centro de México. Evolución, límites y oportunidades para el desarrollo regional*. México: El Colegio de México, 2008.
- . «Las metrópolis mexicanas: conceptualización, gestión y agenda de políticas.» En Garza, Gustavo (coord.), *Los grandes problemas de México. Desarrollo urbano y regional (II)*. México: El Colegio de México, 2010.
- Partida, Virgilio y Anzaldo, Carlos. «Escenarios demográficos y urbanos de la Zona Metropolitana del Valle de México.» En *Procesos metropolitanos y grandes ciudades*. México: UNAM, Miguel Ángel Porrúa, Cámara de Diputados, 2004.
- Pérez-Cacho, S. *Modelos matemáticos y procesos dinámicos: un primer contacto*. Valladolid, España: Universidad de Valladolid, Secretariado de Publicaciones e Intercambio Editorial, 2002.
- Prigogine, I. *La estructura de lo complejo*. España: Alianza Editorial, 1987.
- Ruiz, Concepción y Régules de, Sergio. *El piropo matemático*. México: Lectorum, 2005.
- Sánchez, Adolfo. *Panorama histórico de la Ciudad de México*. Ciudad de México: UNAM-Porrúa, 2004.
- Sobrino, Jaime. *Competitividad de las ciudades en México*. México: El Colegio de México, 2003.
- Stewart, Ian. *¿Juega Dios a los dados?*, España: Colección Booket, 2012.
- Tuirán, R. «Tendencias recientes de la movilidad territorial en algunas zonas metropolitanas de México.» En *La situación demográfica de México*, México: CONAPO, 2000.
- Unikel, Luis, Ruiz Ch. Crescencio y Garza V. Gustavo. *El desarrollo urbano de México. Diagnóstico e implicaciones futuras*. México: El Colegio de México, 1976.
- Verhulst, Pierre F. «Recherches mathématiques sur la loi d'accroissement de la population.» En *Memoires de l'Académie Royale des Sciences, des Lettres et des Beaux-Arts de Belgique*, núm. 20, Bruselas, 1845, 1-32.

- Weaver, W. «Science and complexity.» *American Scientist*, 36, 1948, 536-541.
- Zaragoza, J. *Un modelo sobre la dinámica de la población y el empleo aplicado a cuatro estados representativos de la República Mexicana*, tesis de maestría. Universidad Autónoma de la Ciudad de México, México, 2011.