

Matemáticas, relatividad y filosofía kantiana

En 1949, diversos artículos en torno a la teoría de la relatividad se publicaron para celebrar el aniversario setenta del nacimiento de Einstein. El matemático Kurt Gödel participó con un ensayo en el que destaca las consecuencias filosóficas del trabajo de Einstein, sobre todo en el marco de la discusión kantiana acerca de la naturaleza del tiempo y el cambio. Gödel sugirió la existencia de soluciones a las ecuaciones de campo de Einstein; es decir, modelos teóricos de universo, en los cuales no existe una noción absoluta de tiempo. El sustento matemático de dicha idea lo publicó unos meses más tarde.

Lo interesante del modelo de universo construido por Gödel es que en él existen líneas cerradas de tiempo, con las que desaparecen las nociones de antes y después, y se introduce la posibilidad teórica de influir en el pasado. Estos resultados, que no transformaron radicalmente a la física teórica, evidenciaron el impacto que la teoría de la relatividad tuvo en diversas áreas del conocimiento, en particular en matemáticas y filosofía. Ahora, al celebrarse el año mundial de la física, resulta pertinente reflexionar sobre ese efecto catalizador. Buen ejemplo de ello son los alcances del trabajo de Gödel, los

cuales pueden entenderse partiendo de un recuento de la concepción del universo que se tenía en la segunda mitad del siglo XIX y los cambios introducidos, más tarde, por la teoría de la relatividad.

El surgimiento de fenómenos no contemplados por la mecánica newtoniana, por ejemplo, que las corrientes eléctricas producen campos magnéticos o, su contraparte, que un imán puede producir corriente

eléctrica, originaron los estudios sobre electromagnetismo. En la segunda mitad del siglo XIX, para los físicos el universo estaba compuesto por partículas que interactúan mediante fuerzas a distancia, por medio de



Oswaldo Téllez Nieto

campos eléctricos y magnéticos. Las partículas elementales eran la materia ponderante, en la cual se distribuyen los diferentes pesos atómicos, las partículas de calor y los dos tipos de partículas eléctricas, las positivas y las negativas.

Las leyes del electromagnetismo se determinaron con las ecuaciones que James Clerk Maxwell unificó a partir de trabajos anteriores, y expresaban, en términos matemáticos, las diferentes relaciones que existen entre las fuerzas electroestáticas, electromecánicas y electromagnéticas. Además, con estas ecuaciones podía deducirse la existencia de ondas electromagnéticas, identificadas con la luz. De esta manera, se estableció su naturaleza ondulatoria. Si la luz es una onda, entonces tendrían que haber un medio sobre el cual se desplaza, de la misma forma en que el sonido viaja a través del aire. Esto condujo a postular la existencia del éter.

Por medio de resultados experimentales se llegó a suponer que el éter era estacionario y, por lo tanto, un punto de referencia estable para medir la velocidad de la luz, la cual, se creía, debía variar si los referentes se encontraban en movimiento. Parecía natural pensar que si un observador se desplaza en sentido contrario a un rayo de luz, la velocidad debe ser mayor a la que mide otro observador desplazándose en la misma dirección que el rayo de luz. En palabras de Lorentz, "como señaló por primera vez Maxwell, y como se desprende de un cálculo muy simple, el tiempo requerido por un rayo de luz para desplazarse de un punto A hasta uno B y regresar al punto inicial A tiene que variar cuando ambos puntos experimentan conjuntamente

un desplazamiento sin arrastrar consigo al éter. La diferencia es, ciertamente, una magnitud de segundo orden, pero suficientemente grande para ser detectada por medio de un método de interferencias sensibles".

El método al que se refiere Lorentz fue utilizado por Michalson y Morley hacia el año de 1881 para medir la variación de la velocidad de la luz cuando la Tierra se desplaza hacia el Sol y cuando lo hace en sentido contrario. En efecto, el método era lo suficientemente preciso para detectar esa variación. El resultado del experimento es bien conocido, no se registró ninguna variación. Si el universo se comporta de acuerdo con las leyes electromagnéticas establecidas por Maxwell, ¿cómo explicar que la luz no registre variación en tal experimento?

Líneas de tiempo y causalidad

La teoría de la relatividad de Einstein resolvió el problema del experimento de Michalson y Morley, mediante el siguiente postulado: la velocidad de la luz es la misma para cualquier sistema de referencia no importa a qué velocidad se mueva. De modo que no es necesario suponer la existencia del éter. Vale la pena recordar que cuando consideramos el movimiento de un objeto lo hacemos con relación a un sistema de referencia que puede ser una habitación, un vagón de tren o todo el planeta. Si en ese sistema no actúan fuerzas ajenas a los objetos que ahí se encuentran, decimos que es un sistema de referencia inercial. Por ejemplo, un vagón de tren en el momento en que está frenando, no puede ser un sistema inercial porque la fuerza de desaceleración actúa sobre los objetos que ahí se encuentran.



Einstein señaló que las ecuaciones de Maxwell son válidas en cualquier sistema de referencia inercial, de lo cual puede desprenderse que la velocidad de la luz es la misma para cualquier observador. Tal como lo expresa, "si K' es con respecto a K un sistema coordinado animado de un movimiento uniforme y libre de rotación, entonces los sucesos de la naturaleza transcurren respecto a K' según unas leyes generales, que son exactamente las mismas que respecto a K ".

También dedujo la invarianza de esas ecuaciones a partir de un resultado de geometría riemana, conocido como la transformación de Lorentz, nacido en el ámbito de las matemáticas y no en el de la física.



La gran contribución de Einstein fue señalar la conexión entre ambos, lo que permitió demostrar que la velocidad de la luz es constante. También significaba que el tiempo es relativo, en el sentido de que corre más lento para alguien que se mueve a una velocidad cercana a la de la luz que para quien lo observa y respecto al cual el primero se desplaza. Esto se conoce como la dilatación del tiempo y suele explicarse mediante la paradoja de los gemelos.

Por otro lado, estos planteamientos impulsaron la idea de representar geoméricamente la relación espacio-tiempo y definir las líneas de universo. Dicha representación se conoce como el espacio de Minkowski y consiste en un espacio tetradimensional

que representa el cambio de coordenadas de un sistema de referencia S a otro S' . La transformación de Lorentz mantiene invariantes dos de los ejes espaciales, de modo que en lugar de considerar cuatro dimensiones —tres espaciales y una temporal— pueden tomarse sólo dos, el eje temporal y un eje espacial.

De este modo, dada una partícula en el sistema, al determinar su posición en el espacio y en el tiempo se obtiene una curva continua que corresponde a las coordenadas espaciales y temporales de la trayectoria del cuerpo, una línea de universo. Por ejemplo, una partícula que permanezca en reposo dibujará una línea de universo paralela al eje temporal, mientras que una partícula que se

mueve a velocidad constante dibujará una diagonal y una partícula en aceleración, una parábola. Una línea de universo es de longitud infinita, no se intersecta a sí misma. En ella existe una noción bien definida de sucesión o, expresado de otro modo, se trata de una línea orientada hacia el futuro. Es decir, si desde un punto P se avanza hacia un punto Q no puede haber trayectoria de regreso a P . Sin embargo, Gödel demostró que es posible tener modelos de universo con líneas de universo cerradas. En sus palabras, “si P y Q son dos puntos cualesquiera en una línea de universo en la cual P precede a Q , entonces existe una línea de universo en la que Q precede a P . Es decir, en estos mundos es posible, teó-



ricamente, viajar al pasado o dicho de otro modo, influir en el pasado". Desde luego que en sentido práctico esto es casi imposible porque, como bien lo señalan Casti y De Pauli, para ello sería necesario mover cuerpos a velocidades cercanas a la de la luz, lo que requeriría de la masa de planetas enteros convertida en energía para impulsarlos.

Lo valioso del trabajo de Gödel no reside en sus aplicaciones prácticas, que estrictamente hablando no las tiene, sino en que abrió un extenso debate sobre el viejo problema de la causalidad, ya que de él se puede derivar no sólo la posibilidad de que un evento influya en sí mismo sino también que la noción de causa pierda todo sentido.

El universo de Gödel

La solución teórica de las ecuaciones de campo de Einstein presentada por Gödel en 1949, se conocen como los universos en rotación porque la materia presenta una rotación. De acuerdo a su autor, la principal contribución de este modelo era que mostraba que no es consecuencia de las ecuaciones de campo de Einstein la existencia de un intervalo objetivo de tiempo. Además de refrendar con ello la opinión de filósofos, como Parménides o Kant, de que el cambio no tiene objetividad, sino que es una ilusión o consecuencia de nuestro especial modo de percepción.

Gödel presentó el siguiente argumento: el cambio sólo es posible a través de un intervalo de tiempo. La realidad consiste en una infinidad de niveles de ahora que llegan a la existencia sucesivamente pero, si la simultaneidad es algo relativo al observador —propiedad que, como la relatividad del tiempo, puede deducirse a partir de la transformación de Lorentz— entonces la realidad no puede ser determinada de acuerdo con esos niveles, ya que cada observador establecería sus propios niveles, todos con igual validez.

No obstante, el hecho de que cada observador pueda establecer diferentes relaciones temporales no excluye la posibilidad de existencia de alguna estructura física independiente del observador o de cualquier otro objeto de referencia, que cumpla con las propiedades del tiempo newtoniano —es decir la unidimensionalidad, el orden lineal de los eventos, la universalidad, etcétera. De hecho, en todas las soluciones de las ecuaciones de campo presentadas hasta entonces —por ejemplo, en todos los mode-

los de universo— es posible definir un tiempo absoluto, aún cuando los tiempos locales fueran distintos. En palabras de Gödel, “todas las soluciones cosmológicas con densidad no nula de materia conocidas hasta el presente poseen la propiedad común de que, en cierto sentido, contienen una coordenada temporal absoluta porque existe un sistema unipare métrico de tres espacios ortogonales a las líneas de universo de la materia en cada uno de sus puntos”.

En el universo construido por Gödel no es posible definir una coordenada temporal absoluta, por lo que se abandona la idea de un intervalo objetivo de tiempo. Ese universo tiene una gran variedad de propiedades físicas, algunas con un alto grado de dificultad técnica, pero la más notable es que, además de que no se puede definir una coordenada temporal absoluta, existen líneas de universo cerradas y, por lo tanto, la relación temporal fundamental antes-después pierde toda objetividad.

Con lo anterior, la doctrina kantiana sobre el tiempo recobraba validez. Para Kant, el tiempo no es algo existente en sí mismo o una característica u orden inherente a los objetos, sino que existe en un sentido relativo. Esa entidad relativa es la percepción del

sujeto. Cualquiera que sea la realidad del tiempo, tal como nosotros la percibimos consiste en ciertas relaciones de los objetos con el sujeto que las percibe, las cuales dependen del modo de intuición del sujeto con el objeto dado. La doctrina kantiana no significa que las relaciones temporales y espaciales sean sólo imaginadas sino que deben subsistir independientemente de nuestra representa-

ción, es decir, deben corresponder a relaciones objetivas de las cosas con el observador.

Esta discusión pone de manifiesto algo que el propio Gödel reconoció en su momento, su trabajo en torno a la teoría de la relatividad no pretendía modificar el transcurso de la física teórica, sino ver de qué manera ésta contribuía en los debates filosóficos que, aún hoy en día, tienen validez. ☸



Oswaldo Téllez Nieto
Facultad de Ciencias,
Universidad Nacional Autónoma de México.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Casti, J. L. y De Pauli, W. 2000. *Gödel. A life of logic*. Perseus Publishing.

Gödel, K. 1949. *Some observations about the relationship between the relativity theory and idealistic philosophy*.

Gödel, K. 1949a. *An example of a new type of cosmological solutions of Einstein's fields equations of gravitation*.

Hacyan, S. 1995. *Relatividad especial para estudiantes de física*. UNAM.

Téllez, O. 2004. *Algunas relaciones entre las investigaciones de Kurt Gödel en lógica matemática y física*. Tesis de licenciatura, UNAM.

IMÁGENES

Pp 55, 56 y 57: Josef Koudelka. *Beirut*, 1991; *Alemania*, 1997. P. 58: Georgia O' Keeffe. *El portal de Rancho Fantasma*, 1959. P. 59: Robert Frank, *U.S. 285, New Mexico*, 1956.