

Los retratos

del mundo

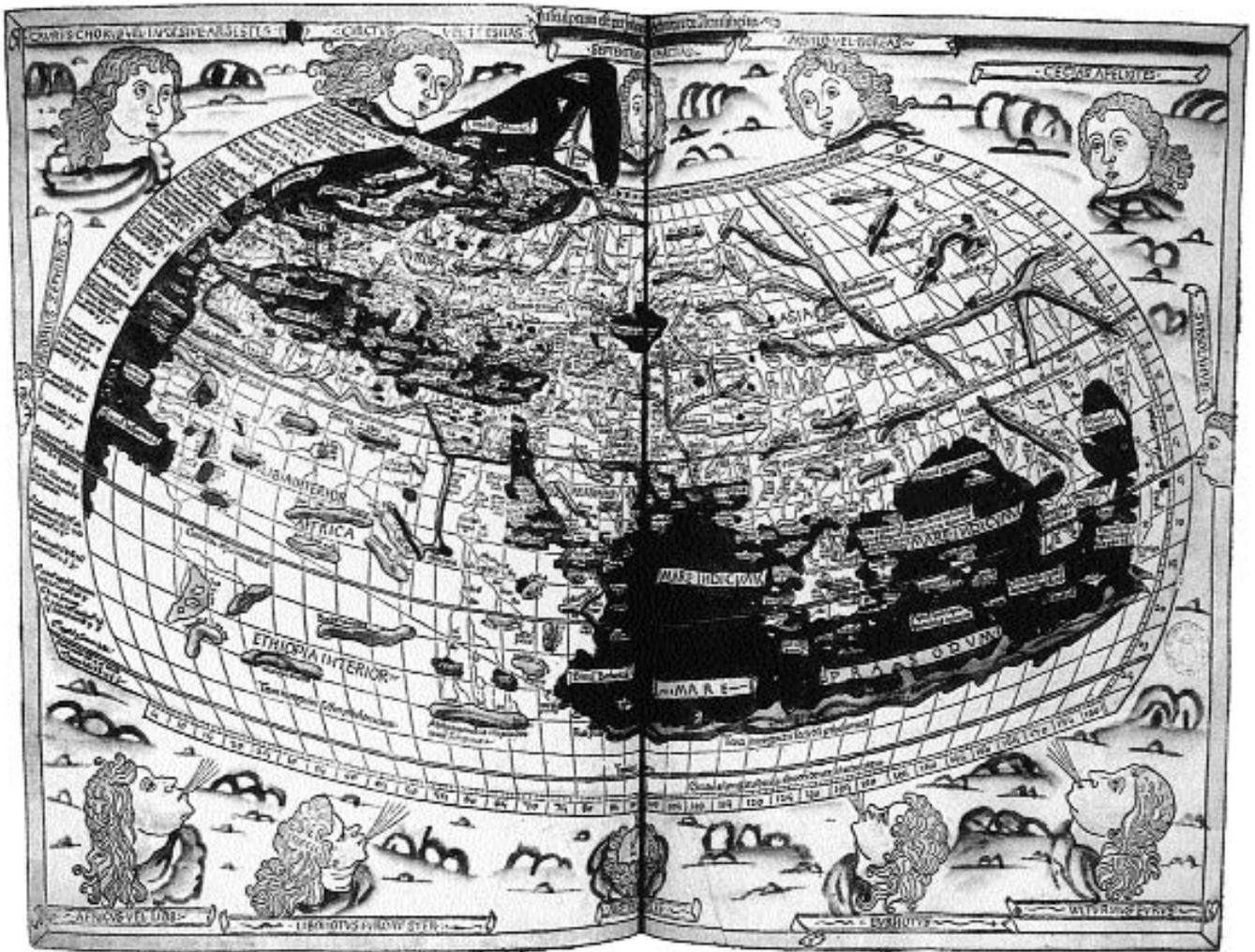
Por ahí he oído decir que hay personas a quienes no interesan los mapas y me parece difícil creerlo. Es como no interesarse en las obras de arte. Porque eso son los mapas, verdaderas obras de arte, y no sólo por la belleza de su presentación sino por lo que significa representar sobre papel lo que está dibujado sobre una esfera. Me refiero, por supuesto, al hecho de que el mundo en que vivimos no es plano, sino redondo, parecido a una esfera, y transferir al papel la información de la superficie de esa esfera es un reto matemático estupendo. Sí, hacer buenos mapas requiere sobre todo matemáticas.

del globo a la superficie del mapa. Sin embargo, antes de poder hacer mapas del mundo es necesario determinar el tamaño y la forma de la Tierra, establecer la localización de los puntos sobre ella y medir las formas y áreas de varias partes de su superficie. Estos estudios comprenden el tema de la geodesia, un pariente cercano de la geometría.

Hasta el momento en que se descubre el Nuevo Mundo los mapas se hacían como los elaboraban los antiguos desde comienzos de la era cristiana, esto es, como nos enseñó el griego Claudio Tolomeo en el siglo segundo. Él dijo que había dos for-

mas de retratar el mundo, una era reproducirlo sobre una esfera y, la otra, plasmarlo sobre un plano. Cada método tiene sus ventajas y desventajas. Y mucho de la historia de la cartografía se relaciona con la última, con la forma de “aplanar” el mundo para hacer un mapa.

Los sueños de Hiparco y Tolomeo fueron representar de manera científica el mundo sobre una superficie plana; para esto, antes es necesario responder a la pregunta fundamental de la geodesia, como el mismo Tolomeo lo sugirió: ¿cuál es la forma y tamaño de la Tierra? La noción de que la forma de la Tierra es esencial-



mente esférica data de, al menos, la sexta centuria a. C. Pitágoras concibió el mundo como una esfera girando alrededor de un fuego central. Actualmente, para definir su forma, se usa el término geoide, que quiere decir similar a la Tierra. Su tamaño fue determinado con éxito, por primera vez, por Eratóstenes, en el siglo III a.-C. Aun así, fue el trabajo de Tolomeo el que logró dar un vuelco a la cartografía, a tal punto que, casi mil cuatrocientos años después de Tolomeo, los mapas seguían haciéndose en su estilo. La innovación en las técnicas cartográficas tolemaicas surgió, propiamente, de la necesidad de navegar

con seguridad en el océano. Lo hasta entonces conocido no bastaba; hacía falta un mapa que permitiera a un navegante llegar felizmente a su destino. Tiene lugar entonces, alrededor de 1569, la segunda revolución en la cartografía, principalmente por el trabajo del flamenco Gerardo Mercator y la famosa proyección que lleva su nombre.

¿Qué es una proyección?

Proyectar quiere decir enviar puntos y líneas que están sobre la superficie de una esfera a un papel, de acuerdo con cierta técnica. Las reglas seleccio-

nadas para esa transferencia tienen mucho que ver con la apariencia final y las propiedades del mapa. A esta representación sistemática de la superficie de la Tierra en otra superficie que no sea un globo, los cartógrafos llaman proyección. Se usa una fuente de luz dentro y fuera del globo para entender las proyecciones, pero en la práctica esto se hace con técnicas matemáticas. En sus libros, Tolomeo nos dice que solamente un globo puede representar exactamente la forma, la orientación y el área relativa de la superficie de la Tierra, que al dibujarlo sobre una superficie plana se debe valorar la distorsión que resulte, ya

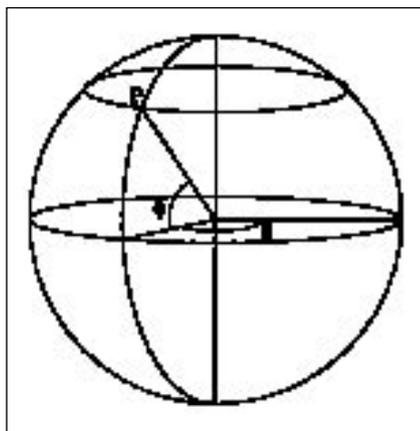


Figura 1

Determinación de la longitud (θ) y latitud (ϕ) del punto P.

que cualquier proyección produce distorsión con respecto a alguna de las características de la Tierra. Más que ninguno de los antiguos, Tolomeo estableció la forma y los elementos de la cartografía científica; y el Sol dio a la cartografía sus primeras tres líneas estándar de partición: el ecuador, el trópico de cáncer y el trópico de capricornio. La Tierra gira alrededor del Sol y sobre su propio eje, y los extremos de ese eje, que pasa por su centro, son los llamados polo norte y polo sur. El círculo imaginario que está sobre la superficie de la Tierra y a medio camino entre los dos polos se llama ecuador; éste divide a la Tierra en dos partes iguales, el hemisferio norte y el hemisferio sur. A partir de éste es posible determinar qué tan lejos está un lugar en el norte o el sur por medio de la sombra del Sol a mediodía; es el concepto conocido como latitud. Hay muchos puntos sobre la Tierra que están a la misma latitud; el conjunto de ellos forma una línea, una circunferencia imaginaria, paralela a la del ecuador y conocida como paralela. La latitud se designa como norte o sur, dependiendo del hemis-

ferio en el que se encuentre el punto y se mide en ángulos. Por ejemplo, el paralelo de latitud $23^{\circ} 30' N$ (veintitrés grados treinta minutos Norte) se conoce como Trópico de Cáncer. Su equivalente al sur, es decir, $23^{\circ} 30' S$, es llamado Trópico de Capricornio.

Al viajar la Tierra a lo largo de su órbita alrededor del Sol, girando sobre su propio eje, la posición del Sol sobre la Tierra cambia. El momento en que el Sol alcanza su cénit es común a muchos puntos sobre la Tierra que se encuentran en un arco semicircular, mismo que se extiende del polo norte al polo sur y se llama meridiano. El punto donde dos meridianos se cruzan en los polos forma un ángulo que es la base para determinar la longitud. (figura 1). Juntas, la latitud y la longitud proporcionan un sistema completo de referencia para localizar cualquier punto sobre la Tierra.

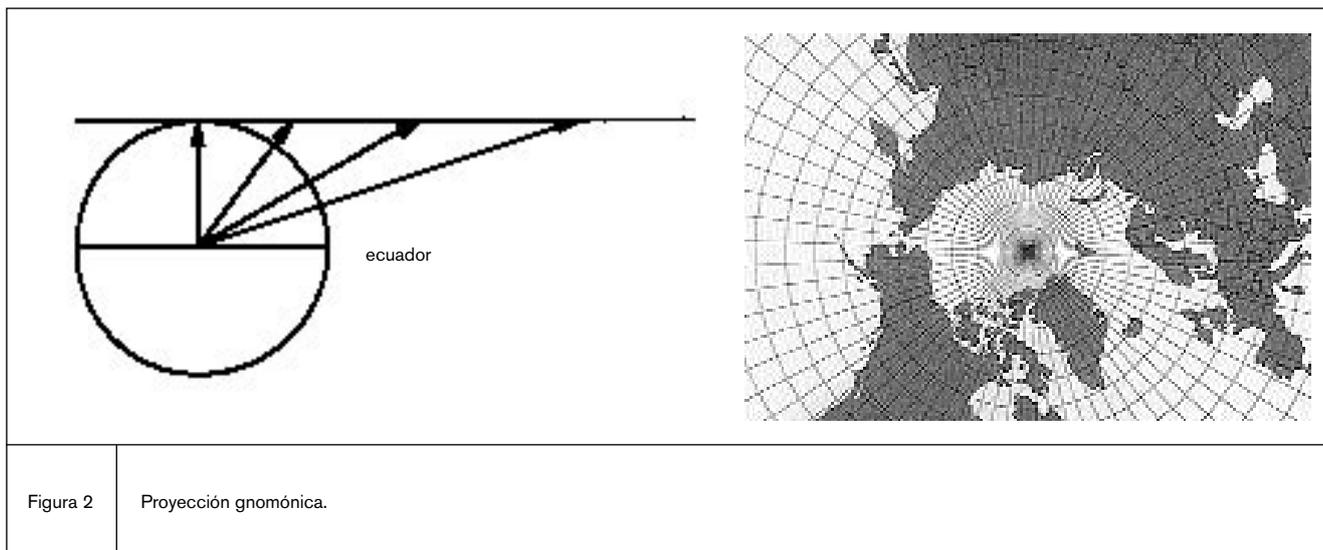
Las proyecciones

Al proyectar sobre una superficie plana son necesarios ciertos ajustes; Tolomeo lo reconoce al decir "que sería deseable una proyección que mantuviera las proporciones esféricas al pasar al plano". Para hacerlo sugiere una proyección donde los meridianos se dibujarían en el papel como líneas rectas, equidistantes en el ecuador, pero convergiendo a un punto común: el polo norte. Las paralelas se colocarían como arcos de círculo que tienen un centro común en el polo norte. Con esto Tolomeo da lugar a la ahora llamada proyección cónica. El primer mapa de Tolomeo se parece mucho a esta proyección aun cuando técnicamente no lo es. En ella, un cono de papel se coloca sobre el globo como un sombrero, tocándolo en alguna pa-

ralela, y una fuente de luz en el centro del globo proyecta los rasgos de la superficie sobre el cono. El cono se corta entonces a lo largo de un meridiano conveniente y se desdobra en una superficie plana en la forma de un círculo donde falta un sector. Todas las paralelas son arcos de círculos con un polo (el vértice del cono original). Las proyecciones cónicas son especialmente útiles para mapear porciones del globo que tienen anchura este-oeste pero son cortas de norte a sur. Tolomeo concluye sus anotaciones diciendo que hay una forma mejor de retratar el mundo habitado, "podemos hacer que nuestro mapa se parezca mucho más al mundo conocido si vemos a las líneas meridianas dibujadas en la forma que las líneas meridianas se ven en el globo". Con esto especificaba los pasos a seguir para la proyección esférica modificada. Es muy interesante notar que en su segundo mapa, hecho con esta proyección, las áreas casi se preservan (mapa página 43).

Tolomeo fija la posición de los polos en un mapa diciendo que debe estar orientado de modo que el norte esté en la parte superior y el este a la derecha, ya que las localidades mejor conocidas del mundo estaban en las latitudes norte y serían más fáciles de estudiar en un mapa plano si estuvieran en la esquina superior derecha. Esto es una convención que se adoptó universalmente y a través de los años. Un mapa no orientado así presenta problemas para su identificación a primera vista; otros simplemente no pueden ser reconocidos. Las técnicas modernas facilitan la representación con cualquier tipo de orientación.

En las primeras descripciones matemáticas de una esfera proyectada



sobre un plano se encuentran las proyecciones ortográfica y estereográfica, después conocidas bajo el nombre de proyecciones azimutales, y que todavía están en uso. Tolomeo habla de ellas en su libro *El Almagesto*. En una proyección azimutal una hoja de papel se coloca tangente al globo en un punto. La fuente puntual de luz puede localizarse en el centro del globo dando lugar a la proyección gnomónica, que es una de las más antiguas que se conocen (figura 2). Supóngase que el globo es transparente y que sobre su superficie se ha dibujado una retícula (o craticula) de paralelos y meridianos escogidos. Cuando la luz brilla a través del globo, la sombra de la craticula será proyectada en el papel, dando lugar a la base del mapa. En este caso, el polo sur será su propia sombra en el centro del papel y los meridianos se proyectarán como líneas rectas que radian desde ahí. Al movernos del polo sur al ecuador, las paralelas se proyectarán en círculos más y más grandes que se separan entre sí.

La proyección gnomónica tiene la útil propiedad de que todos los gran-

des círculos aparecen como líneas rectas, por lo que todas las líneas rectas sobre el mapa son grandes círculos. El hecho de que la proyección gnomónica preserve las rutas más cortas es de un valor tremendo para los navegantes, ya que les permite graficar las rutas más cortas muy fácilmente (siempre y cuando los puntos no estén demasiado separados). Sin embargo, seguir la trayectoria de un gran círculo requiere cambios continuos en la dirección de la brújula y esto es inconveniente desde el punto de vista de la navegación, tanto marítima como aérea.

Cuando la fuente está sobre la superficie del globo en el punto antípoda al punto tangente al plano, se llama la proyección estereográfica (figura 3). La fuente luminosa puede encontrarse en algún otro punto a lo largo de la línea definida por el punto tangente y el centro del globo; si está en un punto infinitamente distante al globo, da lugar a la proyección ortográfica (figura 4). En todas las proyecciones azimutales el punto de tangencia es el punto central de un mapa circular; todos los grandes círculos que pasan

por el punto central son líneas rectas y todas las direcciones desde el punto central son exactas. Si el punto central es un polo, entonces los meridianos (los grandes círculos) radian desde ese punto y las paralelas se muestran como círculos concéntricos. Ajustando apropiadamente el espaciamiento entre paralelas de latitud, podemos también asegurar que las distancias a lo largo de estos círculos son correctas. El mapa que resulta se llama proyección azimutal equidistante (figura 5). Este mapa es una construcción estrictamente matemática que no utiliza ninguna fuente de luz. De un mapa centrado en un polo se dice que tiene la perspectiva polar, mientras que si está centrado en el ecuador, tiene la ecuatorial. La perspectiva de un mapa centrado en cualquier otra localidad se llama perspectiva oblicua. No obstante, el análisis de un mapa se simplifica si está centrado en un polo o en el ecuador.

Las proyecciones ortográficas se usan para vistas de perspectiva de los hemisferios ya que muestran sólo uno de ellos a la vez para evitar sobreponer la imagen de un hemisferio

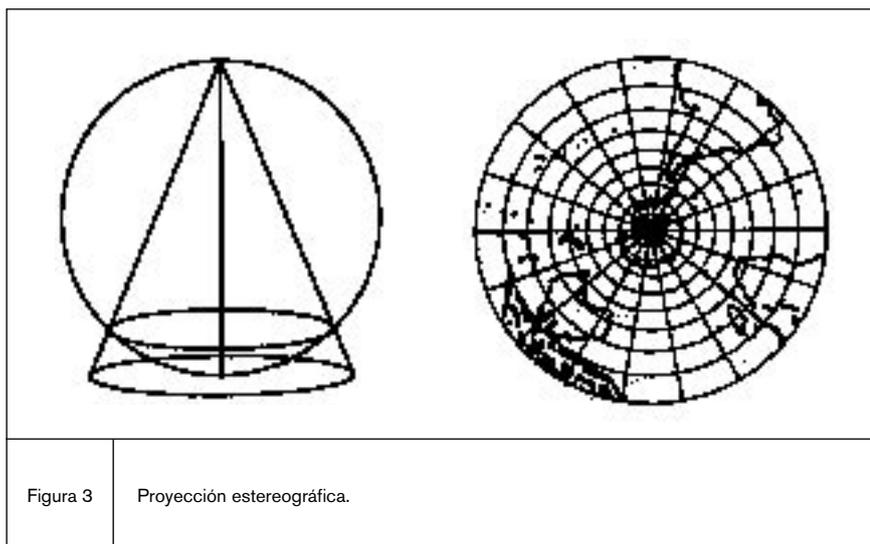


Figura 3 Proyección estereográfica.

a la del otro. La imagen que resulta se parecería mucho a cómo veríamos la Tierra desde un punto distante en el espacio. El área y la forma están distorsionados. Las distancias son reales a lo largo del ecuador y otras paralelas.

El aporte de Mercator

La proyección estereográfica fue conocida por los griegos antiguos, desde el tiempo de Hiparco de Rodas o tal vez antes, esto es, en la segunda centuria antes de Cristo. En 1695, Edmundo Halley, motivado por su interés en las cartas estelares y las herramientas del cálculo recién descubiertas, publicó la primera prueba de que el mapa estereográfico es conforme, es decir, que al ser proyectadas las imágenes de dos grandes círculos, éstas se intersectan en un ángulo igual al que tienen entre sí los dos grandes círculos en el globo, esto es, que los ángulos se preservan. La característica de conformidad de la proyección estereográfica la hace especialmente útil para las cartas estelares, en las cuales el observador se convierte en

el punto desde donde la proyección emana y las estrellas visibles se proyectan sobre un plano. Estas proyecciones se usan para la navegación en regiones polares. La conformidad es una característica de la proyección de Mercator, pero a diferencia del mapa elaborado por éste, en la proyección estereográfica las imágenes de los meridianos no son paralelas entre sí. Tampoco las trayectorias de brújula constante se muestran como líneas rectas en general; por ejemplo,

las paralelas se muestran como círculos. Tomadas juntas, la proyección estereográfica y la de Mercator ilustran la "operación inversa", esto es, la relación matemática entre derivadas e integrales.

A pesar de ejemplos aislados de cartografía en otros lugares del mundo, la *Geografía* de Tolomeo es el único atlas geográfico que existe hasta nuestros días legado por los antiguos. No hay en la literatura algo que indique que alguna otra colección sistemática de mapas fuera alguna vez compilada. Los geógrafos de los siglos xv y xvi se apoyaron de tal modo en el texto *La geografía* que ignoraron los nuevos descubrimientos de los exploradores marítimos, al grado de ejercer una poderosa influencia que retardó el progreso de la cartografía. Este texto fue, a la vez, pieza clave y piedra de molino; un esfuerzo pionero que rebasó su propia utilidad.

En tanto el estudio científico languideció en la Europa de la Edad Media, las ideas clásicas se mantuvieron vivas y se desarrollaron en el mundo islámico. Un ejemplo de una proyec-

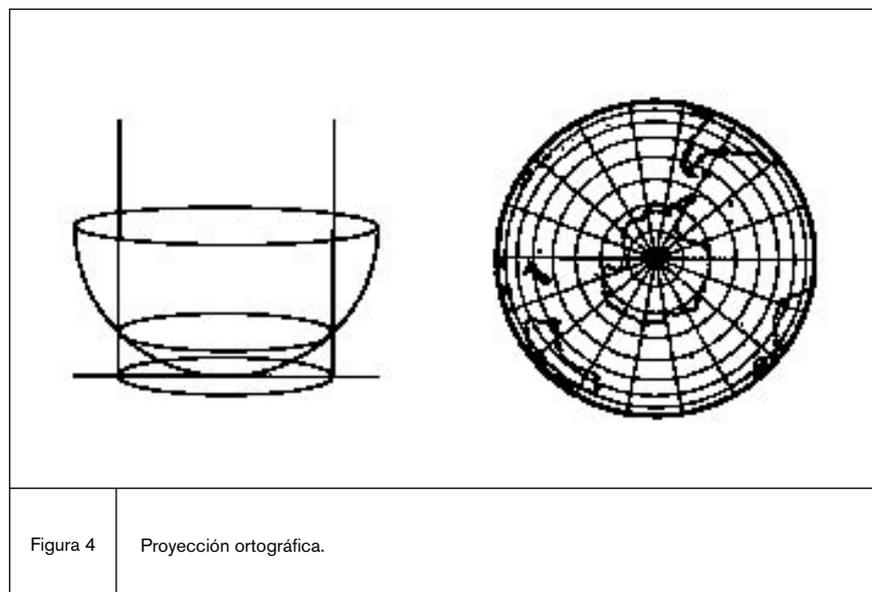


Figura 4 Proyección ortográfica.

ción de mapas de este periodo es la llamada proyección globular diseñada por el estudioso Al-Biruni para elaborar cartas de estrellas. Las proyecciones globulares retratan un hemisferio dentro de un círculo y parecen presentar la Tierra en una vista curvada (figura 6). En 1660, un párroco siciliano, Giovanni Battista Nicolosi, reinventó la proyección de Al-Biruni al usarla para retratar los hemisferios este y oeste de la Tierra, uno junto al otro. En el siglo XIX se convirtió en un método estándar para mostrar los dos hemisferios.

Al término de la Edad Media las actividades exploratorias produjeron gran cantidad de información que, tarde o temprano, se incluiría en mapas compilados. Los navegantes prepararon cartas exactas del mar Mediterráneo, generalmente sin meridianos o paralelos pero dotados de líneas que mostraban las relaciones entre puertos importantes. Estos mapas se llamaron portulanos o cartas portulanas. Es también la era de la imprenta y el mapa del mundo de Tolomeo se edita en Europa ejerciendo gran influencia en los cartógrafos. El estado del conocimiento del mundo en las vísperas del descubrimiento de América motivó a Cristóbal Colón a aventurarse hacia el oeste con la esperanza de encontrar la costa de Asia. Gradualmente se tomó conciencia de que no se había llegado a las costas de Asia sino que un Nuevo Mundo se había descubierto. Martín Waldseemüller ilustra esto dramáticamente en su mapa del mundo de 1507, uno de los más importantes en la historia de la cartografía. En él, las Américas se representan con una extensión longitudinal muy limitada, ya que fueron ajustadas a un encuadre tolemaico modificado y la costa oeste no se había ex-

plorado. En la punta del mapa hay dos proyecciones hemisféricas globulares con retratos de Tolomeo, como el cartógrafo del Viejo Mundo y de Amerigo Vesputio, como el del Nuevo Mundo, que aparece con el nombre de "América". Waldseemüller se arrepentiría después de haberlo bautizado así, pero demasiado tarde para cambiarlo. En este mapa se aprecia el comienzo de la evolución de la proyección cordivorme (en forma de corazón) que se desarrollaría posteriormente.

Lo que Colón hizo para llegar al Nuevo Mundo fue seguir un paralelo de latitud constante desde las Islas Canarias en la costa oeste de África, hasta tocar tierra. Ésta no era la ruta más corta pero tenía la ventaja de ser navegable, simplemente había que cerciorarse de que el Sol estuviera en el ángulo correcto sobre el horizonte cada día a mediodía. Navegar siguiendo un paralelo para atravesar el Atlántico se convirtió en una práctica común. La latitud se sabía determinar desde la antigüedad, no así la longitud; los barcos se lanzaban al mar con total desconocimiento en lo que a su longitud concernía.

La circunnavegación del globo realizada por Magallanes y Elcano propició mucha cartografía original pero se hizo imperativo contar con mapas especialmente útiles para los marineros. No obstante el uso de la brújula y la rosa de los vientos para señalar direcciones en las cartas, Michel Coignet de Antwerp, un hombre sabio y fabricante de mapas, hace notar que bajo las condiciones existentes y con las proyecciones de mapas hasta entonces conocidas no tenía caso señalar una dirección sobre la carta de acuerdo con la brújula, pues las líneas que radian de la rosa de los vientos, en todas sus direcciones rómbicas,

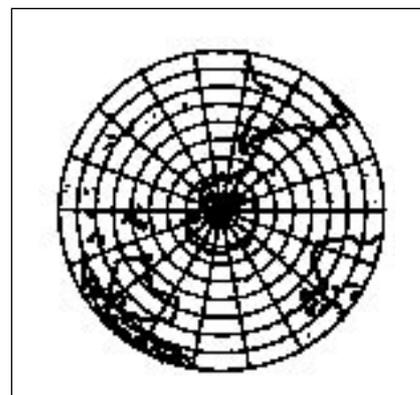


Figura 5 Proyección azimutal equidistante.

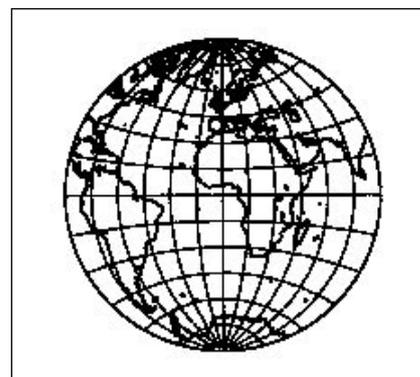
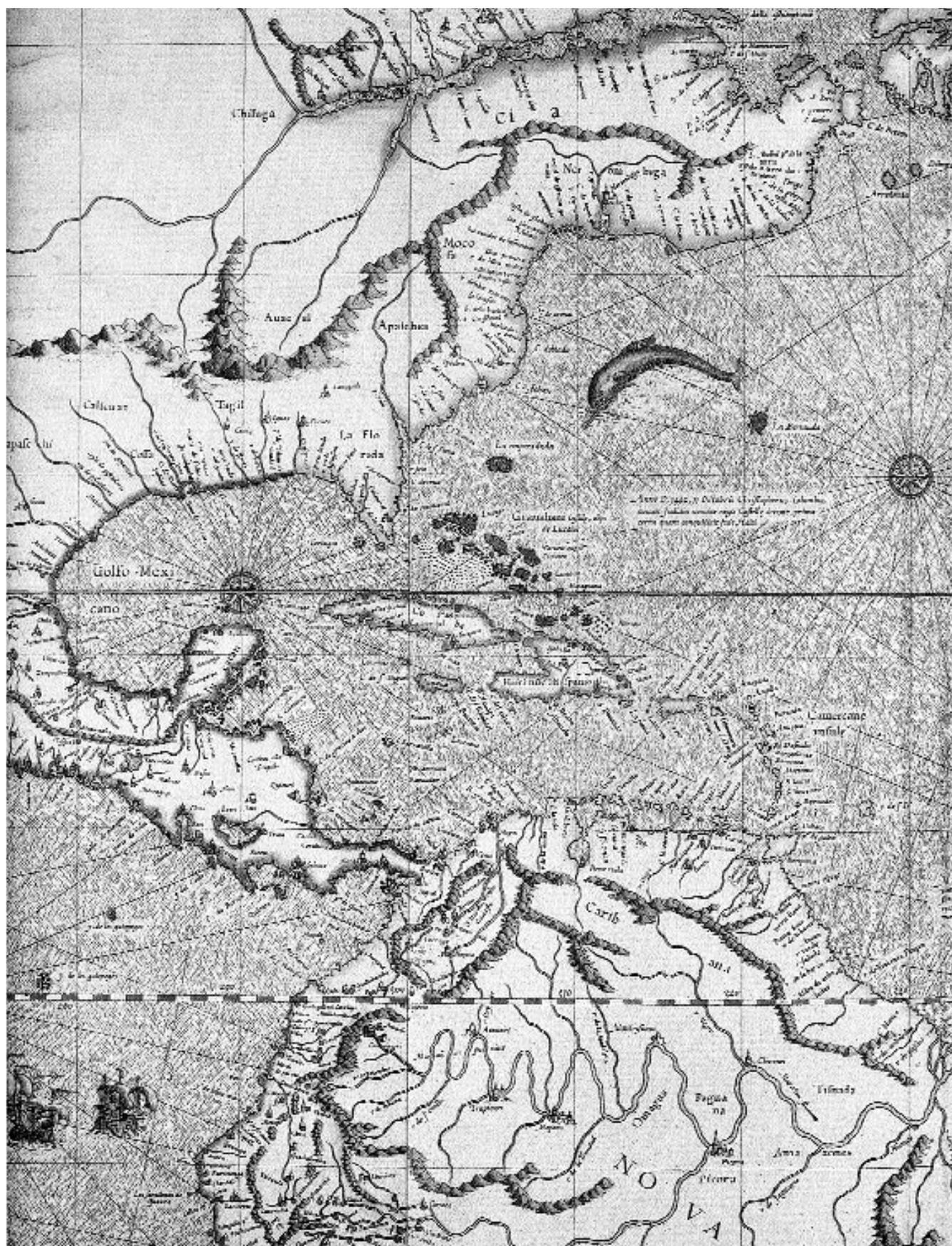


Figura 6 Proyección globular.

pueden ser rectas sobre la carta, pero las mismas aplicadas a la superficie esférica del océano producirían una serie de curvas espirales que llevarían a un navegante precisamente a quién sabe dónde, ya que una trayectoria de brújula constante sobre el globo, una "línea rómbica" o loxodromia, se ve en general como una espiral que converge a uno de los polos (figura 7). ¿Cómo se podría entonces rectificar una línea rómbica espiral y presentarse sobre una hoja de papel de tal forma que la dirección de la brújula se preserve, en contra de todas las adversidades, como una línea recta?



La respuesta vino de Mercator, un cartógrafo, grabador y fabricante de instrumentos, quien logró que las líneas rómbicas aparecieran como rectas en el mapa. Mercator estudió en las mejores escuelas de los Países Bajos, tomó lecciones particulares de matemáticas avanzadas de Gemma Frisius y se graduó en la Universidad de Lovaina, Bélgica. Trabajó como profesor, pero se retiró por un tiempo al no poder compaginar sus creencias religiosas con el mundo científico de Aristóteles. En 1538 hizo un mapa del mundo en dos hemisferios, dibujado en una proyección cordiforme doble no usual. Fue sobre este mapa que los nombres de “Norte América” y “Sur América” aparecen por primera vez. Fue también el primero en utilizar el nombre de “atlas” para una colección de mapas.

Construyó instrumentos maravillosos tales como varios globos celestes y terrestres, ajustándose al bolsillo del cliente, que eran, por igual, bellos e ingeniosos. Uno de los dos globos celestiales que construyó para el Emperador Carlos V fue hecho de cristal con las constelaciones marcadas sobre la superficie con un diamante. Suspendingo dentro del globo estaba un globo terrestre de madera cubierto con un mapa del mundo cuidadosamente grabado, hecho sobre tiras de papel. Esta clase de artefactos le valió a Mercator la bendición necesaria de la realeza y se hizo tanto famoso como rico y próspero. Se dedicó a ello durante treinta años, antes de atacar el problema de formular una proyección de mapas adecuada para los navegantes. No era ningún novato en matemáticas y, al parecer, había intentado todas las proyecciones conocidas en cartografía, incluyendo las propuestas por Tolomeo. Su obje-

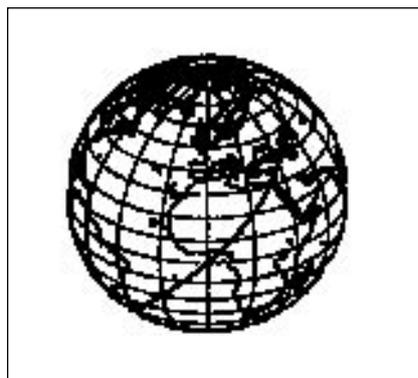


Figura 7	Línea rombótica o loxodromia.
----------	-------------------------------

tivo fue crear una nueva proyección para estirar los rombos espirales de líneas rectas, la cual distorsionara la distancia y las formas de las masas de la tierra tan poco como fuera posible. ¡Una tarea enorme! Pero como matemático y vendedor de cartas estaba interesado en hacer la vida más sencilla al marinero.

Mercator comenzó por estirar los meridianos del globo de tal forma que, en lugar de converger en los polos, fueran líneas paralelas verticales que se extendieran al infinito. Al hacerlo produjo una distorsión en las distancias este-oeste, las cuales aumentaron consistentemente desde el ecuador, donde no había distorsión, hasta los polos, donde la distorsión era máxima. Al distorsionar los meridianos necesariamente distorsionó sus direcciones, y como la dirección era el factor que quería preservar, para ajustar la dirección de sus rombos adecuadamente aumentó el factor distancia aún más, estirando cada grado de latitud en la misma proporción en que había separado los meridianos. Por tanto, cerca del ecuador la distorsión de la distancia era despreciable en tanto que cerca de los polos la distorsión de las paralelas y de los meridianos era

tal que, aun cuando se conservaba la dirección de la brújula, las distancias señaladas en la carta estaban tan desesperanzadamente exageradas que porciones de tierra como Groenlandia y la masa continental sobre el Ártico parecían infladas más allá de la razón. Empero, es una proyección conforme que, aun cuando distorsiona forma y distancia, lo hace sistemáticamente. La conformidad se preserva, sin importar el grado de distorsión. Mercator realizó lo que se propuso hacer y logró una carta con puntos de brújula y líneas rómbicas en la dirección correcta. Fue suficiente para un solo hombre.

Sin embargo, su carta no tuvo mucho éxito. Una de las razones por las cuales permanecía en la ignorancia es que era una muy valiosa pieza de geometría descriptiva pero no daba al marinero ningún dato numérico que lo ayudara a encontrar su posición en el mar, era incapaz de responder a cuestiones prácticas. Fue Edward Wright quien se abocó a resolver esto. Wright era profesor de matemáticas en Cambridge pero, en lugar de complicar la vida de los marineros con un tratado académico salpicado de símbolos matemáticos, expuso la parte técnica de la proyección de Mercator diciendo algo como, “supóngase que la Tierra esférica se representa con un balón cubierto por una red de líneas paralelas de latitud y de meridianos igualmente espaciados. Colóquese el balón dentro de un cilindro cuyo diámetro interior sea tal que el ecuador de la esfera toque apenas las paredes del cilindro. Ínflase entonces el balón. Al tiempo que se expande, los meridianos curvos se alisarán y aplanarán contra el cilindro. Este proceso continúa sin fin ya que las regiones polares y los polos mismos

Viene a mi memoria la época de oro de la cartografía donde se encuentran los mapas más hermosos y elegantes que se hayan hecho jamás. En la era del descubrimiento del Nuevo Mundo, por citar algo, el rey Carlos V de España ordenó para su hijo un mapa que mostrara las rutas que siguieron los navegantes Fernando Magallanes y Juan Sebastián Elcano. El trabajo fue encomendado a un cartógrafo veneciano de nombre Battista Agnese, quien recibió información de las exploraciones que Hernán Cortés hiciera durante la década de 1530 en la costa oeste de lo que hoy es México. Los mapas de Agnese son de los mejores del siglo XVI por su precisión y atención a los detalles, son las cartas de navegación más fascinantes. El mapa que hizo en 1546 es el mejor conocido; muestra, delineada en plata pura pulida, la ruta que siguieron Magallanes y Elcano alrededor del mundo y, en oro, las rutas a Perú y Panamá. Las cabezas de los vientos que se observan en el mapa son querubines, que evolucionaron en los clásicos doce puntos de las brújulas modernas. Desde el punto de vista matemático se dice que el mapa de Agnese se desarrolló sobre una proyección ovoide en la que los polos se representan como la mitad de la longitud del ecuador, sugiriendo la proyección moderna de Eckert III.

Hay mapas para cada propósito. Y no obstante éste, cada mapa es una herramienta, un producto del esfuerzo y la creatividad humana. Cada mapa es una representación, una aproximación; cada uno distorsiona la verdad, la realidad, con algún tipo de código para formular y expresar su mensaje. Un ingrediente de este código es la transformación matemática de la información que se tiene

nunca se podrán presionar contra las paredes. Si el balón se mantiene contra los lados del cilindro y el cilindro se desenrolla y aplana, lo que queda impreso es la proyección del mundo hecha por Mercator”.

La explicación de Wright y el cómo corregir los errores de distancia fue su máxima contribución a la ciencia de la cartografía. Dio a los marinos la llave de la carta de Mercator y les dijo cómo trazar una trayectoria en ella.

No obstante, Mercator es considerado como el mayor cartógrafo de la era del descubrimiento. La proyección que lleva su nombre no ha rebasado su utilidad después de más de cuatrocientos años de existencia y es única para la navegación. Es una proyección cilíndrica que sólo se puede construir matemáticamente, por lo que no es una proyección en el sentido literal. En su formulación original precedió el desarrollo formal de los logaritmos por casi cincuenta años y la invención del cálculo por casi cien años (figura 8).

En una proyección cilíndrica típica, uno se imagina el papel enrollado como un cilindro alrededor del globo, tangente a éste a lo largo del ecuador. La luz viene de una fuente puntual en el centro del globo o, en algunos casos, de un filamento que corre de polo a polo a lo largo del eje del globo. En el primer caso es claro que los polos no pueden mostrarse en el plano ya que se proyectarían a lo largo del eje del cilindro hacia el infinito. En el otro, los polos se convierten en líneas que forman la base y el tope del mapa. El cilindro se puede entonces abrir y desdoblar para producir un mapa.

Equipado tanto con un mapa de Mercator como con un gnomónico,

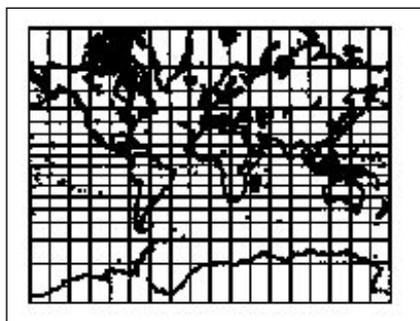


Figura 8 Mapa de Mercator.

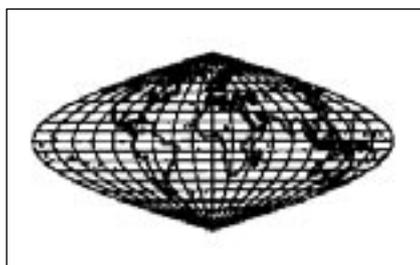


Figura 9 Mapa sinusoidal.

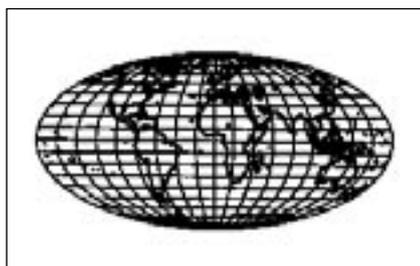


Figura 10 Mapa de Mollweide.

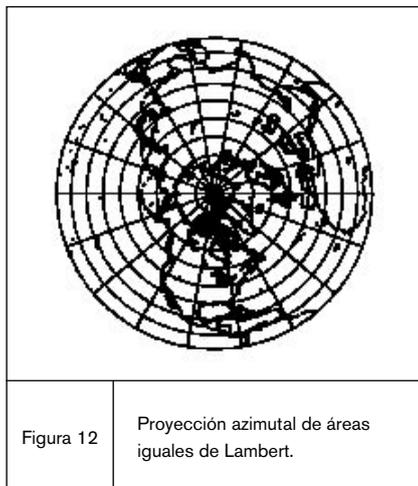


Figura 12

Proyección azimutal de áreas iguales de Lambert.

y las misceláneas, que incorporan un poco de varias proyecciones. Sin embargo, todo mapa que hagamos distorsionará considerablemente el mundo esférico original, pero las distorsiones pueden cuantificarse geométricamente; el método comúnmente utilizado es el de los llamados marcadores de Tissot, aunado a un análisis matemático del tipo de distorsión (figura 11).

La aportación que hizo el matemático suizo Johann Heinrich Lambert es de reconocerse, ya que con su tratado sobre mapas de 1772 empujó la cartografía hacia una nueva era al presentar siete nuevas proyecciones de mapas, como la azimutal de áreas iguales (figura 12) y la cónica conforme. Uno de sus mapas más importantes es la proyección transversal de Mercator. El término transversal o transverso se usa para designar un mapa cuya perspectiva usual ha sido rotada noventa grados.

A diferencia de su proyección azimutal de áreas iguales, la proyección cilíndrica de áreas iguales de Lambert es usada muy raramente debido a la severa distorsión en formas, especialmente en las latitudes medias y superiores. La proyección se constru-

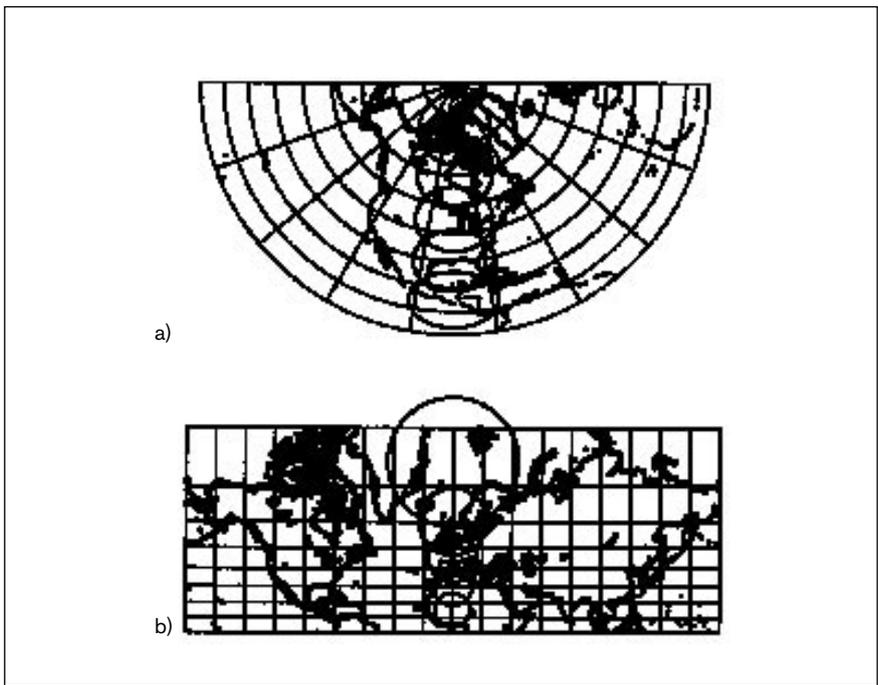


Figura 11

Marcadores de Tissot. Las elipses tienen la misma área pero se alargan al alejarse de los polos (a) o se incrementan al alejarse del ecuador (b).

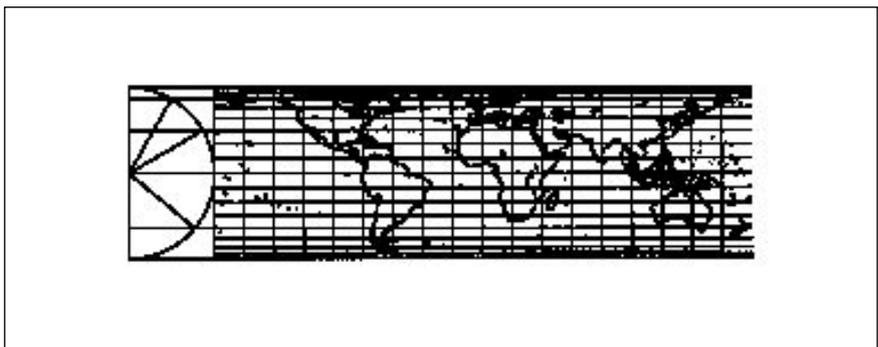


Figura 13

Proyección cilíndrica de áreas iguales de Lambert.

ye enrollando un cilindro alrededor de un globo, apenas tocándolo en el ecuador y proyectando los puntos sobre el globo horizontalmente al punto más cercano sobre el cilindro. En este escenario puramente matemático, las regiones polares se acortarán y se harán más anchas de lo que realmente son, no obstante, todas las regiones del globo se muestran en sus propor-

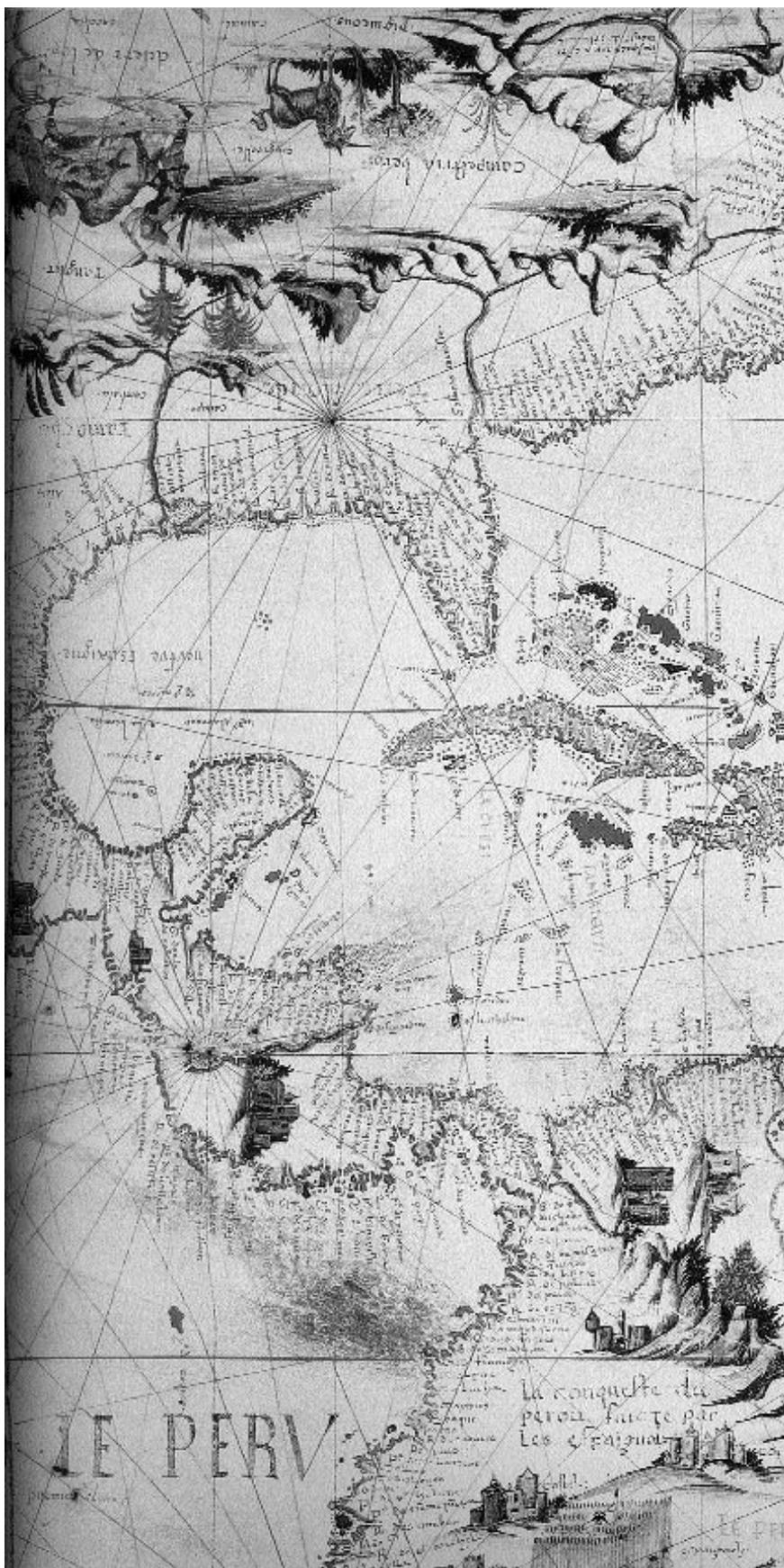
ciones correctas (figura 13). Para minimizar el problema de la distorsión la proyección se rediseña a la manera secante, esto es, se marcan dos líneas estándar de contacto en lugar de sólo una. Tal mapa rediseñado todavía exhibe distorsiones en las formas de las regiones pero están controladas, de alguna manera, por el hecho de que el mapa está ahora dividido, de la

parte superior a la base, en tres porciones y no solamente en dos. Un ejemplo de esta nueva proyección es la del clérigo escocés James Gall, de 1885, con las paralelas a 45° N y S. Claramente, esta construcción se reduce a la cilíndrica de áreas iguales de Lambert pero ajustando la latitud elegida a cero, es decir, enviando las líneas correspondientes al ecuador.

Una objeción que uno pudiera poner a cualquier proyección cilíndrica es que es rectangular. Es decir, la Tierra, un objeto esencialmente redondo, se dibuja como un rectángulo redondo. Tolomeo hizo su construcción curva de la Tierra, en su segunda proyección, con la intención principal de reproducir su forma redonda. El reconocido cartógrafo Arthur Robinson, en la década de 1960, inició un movimiento para eliminar los mapas del mundo rectangulares debido a la falsa impresión que estos mapas pueden crear en la mente de las personas sobre las formas y tamaños relativos de las masas de tierra, de los océanos y de la Tierra misma.

Esto fue lo que se trató de resolver con el mapa Dimaxion. La proyección usada para este mapamundi fue creada y presentada en 1954 por Buckminster Fuller, un distinguido matemático. Es el único mapa plano que muestra la superficie de la Tierra como realmente es: una isla en un océano sin ninguna distorsión visible de las formas y tamaños relativos de las regiones terrestres y sin separar los continentes. Se considera el mapa plano más exacto del mundo.

Esto sólo en cuanto a mapas planos, ya que también existen proyecciones sobre superficies curvas, llamadas de revolución, las cuales se generan con curvas matemáticas que se hacen girar sobre algún eje





y reciben nombres tales como cate-noide, seudoesfera, toro y nos muestran, definitivamente, otros mundos (figura 14).

La coincidencia de Gall y Peters

Entre todas las proyecciones existentes, distinguimos una en especial, la de Mercator, porque es la imagen del mundo más familiar que tenemos. La mayoría de los mapas comerciales están hechos así. Sin embargo, un retrato del mundo que ha intentado sustituirla es el que en 1973 presentó el historiador alemán Arno Peters (quien no tenía ninguna preparación formal en cartografía), el cual se ha convertido en el mapa oficial de las organizaciones dedicadas al beneficio social del Tercer Mundo por la representación fiel de la proporción entre las áreas a que da lugar.

Los cartógrafos sí consideran el papel de los mapas en la sociedad y ofrecen evidencia compulsiva del poder que tienen para influenciar la opinión de la gente. La creada por Peters es una proyección de tipo cilíndrica con la propiedad de ser equivalente. Sin embargo, se dice que en realidad fue un redescubrimiento, ya que se trata de la misma proyección que James Gall descubrió en 1885, pero que no se popularizó entonces.

Esto dio lugar a una de las controversias más candentes en la comunidad cartográfica. Es por eso que ahora se le conoce como el mapa de Gall-Peters (figura 15). En él, continentes como África aparecen debidamente proporcionados con respecto a Europa, y las áreas de Groenlandia y Australia se ven, por primera vez, en proporción real. En nuestro contexto de las interacciones de matemáticas y cartografía es de hacerse notar que las dis-

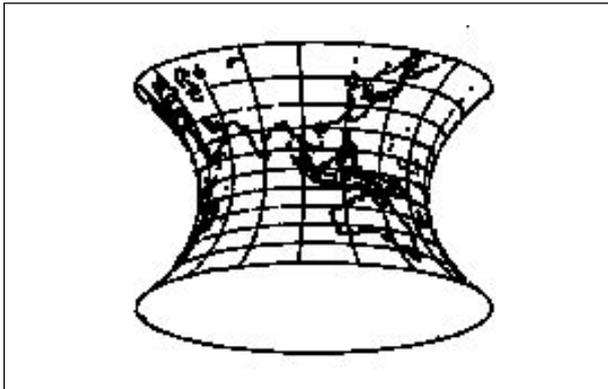


Figura 14 Proyección sobre superficie catenoide.

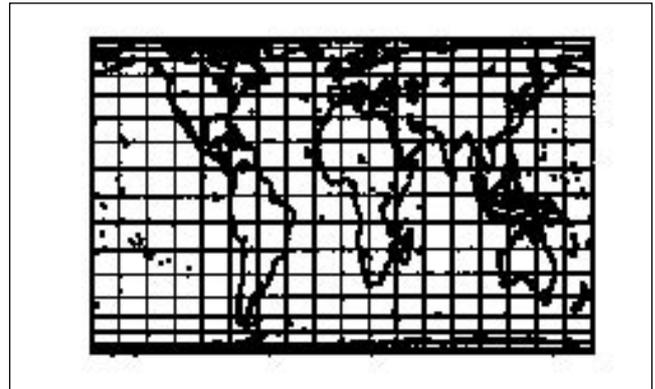


Figura 15 Mapa de Gall-Peters.

torsiones en la forma de las regiones ecuatoriales en el mapa de Gall-Peters son de la misma magnitud que las distorsiones del área de las regiones de latitud media en el mapa de Mercator. La cuestión de exactitud no puede separarse del propósito del mapa.

El mapa de Peters recibió mucha difusión; sin embargo, no logró su cometido: se ve extraño. El mismo Arthur Robinson dijo del mapa de Peters que “le recuerda de alguna manera la ropa interior desgastada que se usó todo un largo invierno, mojada, y colgada del Círculo Ártico para secarse”.

Los siglos xvii, xviii y xix son, en cartografía, la era de las proyecciones,

y casi no hay matemático sobresaliente que no haya dado su nombre a por lo menos una de ellas. Tenían por herencia modelos como los de la proyección ortográfica, la estereográfica, las cartas planas, las tres proyecciones tolemaicas, muchos casos de la proyección cordiforme y las tres variantes de la proyección de Mercator. Otras proyecciones se inventaron o adaptaron. En el xviii, los principios científicos del quehacer cartográfico estaban bien establecidos y las inexactitudes notables en los mapas provenían del desconocimiento de partes del mundo aún no exploradas. El xix fue el siglo de la especialización. En la centuria por venir, la cartografía, la “ciencia

de los príncipes”, fue democratizada tanto como internacionalizada; sucede entonces una serie de avances tecnológicos que la modifican radicalmente. Las proyecciones de Eckert, por ejemplo, fueron presentadas por Max Eckert en 1906. Durante las guerras mundiales se usa la fotografía aérea para hacer mapas y en 1966 se lanza el primer satélite con propósito de investigación científica. Y aunque todavía existen porciones considerables de la Tierra que no han sido levantadas en detalle y ese trabajo continúa —como la exploración de la Antártida—, gracias a los grandes avances en las técnicas cartográficas y en el conocimiento, las posibilidades de cómo hacer mapas son ahora infinitas.

Laura Elena Morales Guerrero
Instituto de Matemáticas,
Universidad Nacional Autónoma de México.

IMÁGENES

P. 43: Claudio Tolomeo, Mapa del mundo, *Cosmografía*, 1482. P. 48: Gerardus Mercator, Mapa del mundo (detalle), 1569. P. 51: Edward Wright, América, 1599. P. 53: Pierre Decellier, mapa del mundo (detalle), 1550. P. 54: *El beso de los océanos*, prin-

cipios del siglo xx (mapa elaborado en ocasión de la construcción del Canal de Panamá en donde se idealiza esta obra impuesta por los Estados Unidos).