¿Es la **física** *esencialmente* **incompleta?**

Ramón Peralta Fabi

Cuando era estudiante de posgrado, asistí a un seminario de John Archibald Wheeler, quien, sorprendiendo a todos, empezó así: "Si alguien me preguntara qué resultado científico habrá perdurado dentro de quinientos años, contestaría que el teorema de Gödel [...]". Confieso que yo no sólo no conocía la relevancia del mismo, sino que ni siquiera había oído hablar de él. Richard Feynman, premio Nobel de Física en 1965, le preguntó si consideraba que lo conocido hasta entonces en física sería olvidado. La respuesta de su antiguo maestro fue: sí.

Independientemente de que se comparta esta opinión, no deja de llamar la atención su contundencia, más aún si se sabe quién la emitió. Meses después había yo leído sobre Kurt Gödel, sobre sus trabajos y había iniciado un curso de alemán para entenderlos. Hoy, aunque mi conocimiento del alemán y de los detalles técnicos de los artículos de Gödel siguen siendo rudimentarios, continúo convencido de que las matemáticas, la física y la ciencia en general fueron marcadas en 1931, cuando Gödel publicó un trabajo con el intimidatorio título "Über formal unenscheidbare Sätze der *Principia Mathematica* und verwandter Systeme I" (Sobre proposiciones formalmente indecidibles de *Principia Mathematica* y sistemas relacionados).

Gödel nació en el pueblo de Brünn, en Austria-Hungría, y toda su vida representó el papel del estereotipo de genio; el hombre sencillo y retraído, decorado con múltiples excentricidades. Tenía sólo 25 años de edad cuando, trabajando en Viena, publicó su *opus mirabilis*, de igual número de páginas. Ahí permaneció hasta 1940, cuando, huyendo de la persecución nazi, se trasladó al Instituto para Estudios Avanzados de Princeton, en Nueva Jersey, Estados Unidos, donde vivió el resto de sus días, frecuentando a uno de sus escasos amigos, Albert Einstein.

En un arranque eufórico de generalidad (y de superficialidad educada), se podría decir que Gödel demostró que si todas las teorías son consistentes, necesariamente son incompletas y, por tanto, no se puede probar su consistencia. Es decir, cualquier conjunto de axiomas, leyes o hipótesis (expresables en lenguaje matemático) conduce a afirmaciones (teoremas) ciertas que son indemostrables dentro de la teoría –conocidas ahora como indecidibles de Gödel– y, por lo cual no se puede asegurar que esté libre de contradicciones. Visto así parecería que los matemáticos y los físicos estamos involucrados en un juego ilusorio, en el que quieren participar las disciplinas que pretenden la misma formalidad y precisión.

La impecable, ingeniosa y rigurosa argumentación göedeliana abordó el poco modesto problema de los fundamentos de la aritmética. El antecedente inmediato está en el siglo XX, el cual trajo la formalización de las matemáticas, introduciendo un rigor sin precedentes en las diferentes ramas que la constituyen, particularmente en el análisis, y personalizado en el matemático alemán Karl Theodor Wilhelm Weierstrass; se trataba de fundamentar el cálculo integral y diferencial y sus desarrollos subsecuentes en el sistema de los números reales.

La geometría, basada en los postulados de Euclides, era vista como el modelo a seguir en tanto que se basaba en axiomas "evidentes", a partir de los cuales, en forma creativa y meticulosamente lógica, se seguían las demostraciones de todas las proposiciones imaginables que tuvieran que ver con los elementos que la componían.

El trabajo más notable en esta dirección fue el de los matemáticos y filósofos ingleses Bertrand Russell y Alfred North Whitehead, expuesto en su obra conjunta *Principia Mathematica,* publicada entre 1910 y 1913, (de aquí la cita de Gödel). De la lógica a la teoría de conjuntos y a la aritmética se trataba de hacer una edificación intelectual que cimentara todas las matemáticas. Éste fue un trabajo sin paralelo, pero cuyas inevitables paradojas, reconocidas por los autores, impidieron que el objetivo fuera llevado a feliz término y provocaron que fuera necesario recurrir a propuestas cada vez más elaboradas y nunca del todo satisfactorias. La paradoja central que usa Gödel para "modelar" su argumentación es la llamada paradoja de Richard, expresable de muchas formas diferentes y que es semejante a la de Russell: Las clases (colección de elementos distinguibles) son de dos tipos: las "normales", que no se contienen a sí mismas como elemento y las que sí se contienen, las anormales. Por ejemplo, la clase de los terapeutas en adicciones es normal, puesto que el conjunto de terapeutas no es un terapeuta y por ende no es parte de la clase. La clase de las cosas imaginables es anormal, puesto que las podemos imaginar y por lo tanto es parte de la clase. Un ejercicio ilustrativo es determinar la naturaleza de la clase que forman todas las clases normales. Sin entrar en los detalles, que con paciencia el lector puede construir, ésta resulta ser anormal y ¡también normal! Es como tratar de saber quién rasura al barbero que rasura a todos los que no se rasuran a sí mismos.

La publicación del trabajo de Gödel resolvió la cuestión: el programa de Russell y Whitehead no es posible; tampoco el de Euclides o el de Weierstrass…

Es claro que, a la luz del trabajo de Gödel, hay dos asuntos que uno querría esclarecer dentro de cada teoría. El primero es explorar si un conjunto de axiomas no es inconsistente, al menos en forma flagrante, es decir, demostrar si las hipótesis básicas no se contradicen entre sí o si las consecuencias más evidentes no se pueden exhibir como falsas o verdaderas a la vez, como consecuencia lógica y rigurosa de las premisas. El segundo es determinar qué proposiciones son indecidibles; sería útil saber si una conjetura pertenece a este grupo para no perder el tiempo tratando de demostrarla. La respuesta en ambos casos contiene una dosis de frustración que depende de lo pragmático de quien estudia un sistema o un problema particular.

Entre los impredicables se encuentran famosos teoremas y conjeturas. Por ejemplo, el teorema de los cuatro colores y el de Fermat, que fueron demostrados en el siglo XX, y la conjetura de

Goldbach, que se sospecha un indecidible. El primero consiste en probar (en su versión doméstica) que cualquier mapa se puede iluminar con sólo cuatro colores, con la restricción de que no haya dos regiones contiguas del mismo color. El segundo afirma que la ecuación diofántica $x^n+y^n = z^n$ no tiene solución en los enteros para n>2; es decir, no hay tres enteros *x, y, z* que cumplan la ecuación, si n = 3, 4, 5,... Este problema fue estudiado por cientos de los matemáticos más famosos que sucedieron a Pierre de Fermat, quien formulara el teorema en 1637; éste fue demostrado por el matemático inglés Andrew Wiles en la última década del siglo XX. La conjetura consiste en probar que cualquier número par es la suma de dos primos (1, 2, 3, 5, 7, 11,..., que sólo se dividen exactamente entre 1 y entre sí mismos); sin conocerse excepción, elude su rigurosa prueba.

La física, tal vez la más exitosa de las ciencias naturales y a la que equivocadamente se califica de exacta, está constituida por teorías que usan en forma esencial a las matemáticas, lo que sugiere que están sujetas al teorema de Gödel. Por ejemplo, el electromagnetismo está resumido en las ecuaciones de Maxwell, pero no puede incluir a todos los fenómenos eléctricos y magnéticos, aun cuando éstos sean evidentes.

Todas las computadoras trabajan sobre la base de un conjunto finito de reglas determinadas. En consonancia directa con un sistema axiomático, encierran la ineludible existencia de resultados que no pueden alcanzar.

Lo expuesto hasta aquí no pretende abrir la puerta al pensamiento débil, el misticismo o la magia, o apoyar el uso de la intuición como sustituto de las reglas de inferencia de la lógica, pero sí es un intento de exhibir la riqueza del pensamiento humano, ilustrado con la belleza, complejidad y sutileza del trabajo de Gödel, que invita a buscar y a confiar en la invención y el descubrimiento de nuevos principios para el razonamiento, sin detrimento alguno de lo que ya se ha establecido y entendido.

Un aspecto esencial implícito está en la vasta cultura científica que se ha edificado sobre la base de la concepción pragmática de nuestro quehacer. No hay duda de que las matemáticas funcionan, de que la física nos ha permitido ir dominando y entendiendo nuestro entorno, de que la civilización moderna es ya inconcebible sin las computadoras, que han potenciado nuestra perspectiva en las más diversas direcciones. Es simplemente que no deben olvidarse los límites de algunas cosas que, por lo demás, están muy lejos de haber agotado sus posibilidades.

Ramón Peralta Fabi
Facultad de Ciencias,
Universidad Nacional Autónoma de México.

IMÁGENES
Hulton Getty Picture Collection. P. 53: *Paquetes con imperfecciones*, 1926; p. 54: persona buscando empleo, *ca*. 1930.