

La conjetura de Poincaré es para los matemáticos lo que Moby Dick fue para Ahab: una obsesión fatal que conduce al desastre

¿Qué pasa cuando Hubris se encuentra a Némesis?*

He cometido el pecado de probar falsamente la conjetura de Poincaré, pero hasta ahora nadie sabe nada acerca de esto.

John Stalligs (Topólogo)

GARY TAUBES



Conjeturas son lo que los matemáticos llaman a sus suposiciones. Una vez que una conjetura ha sido publicada, se convierte en un reto en espera de ser probada, lo cual varios tratarán de hacer. Entre más se trabaja en ella y se falla, más se convierte en una obsesión. Después de un tiempo, no importa si ésta continúa siendo de interés para los matemáticos, sólo importa, que aún no haya sido probada.

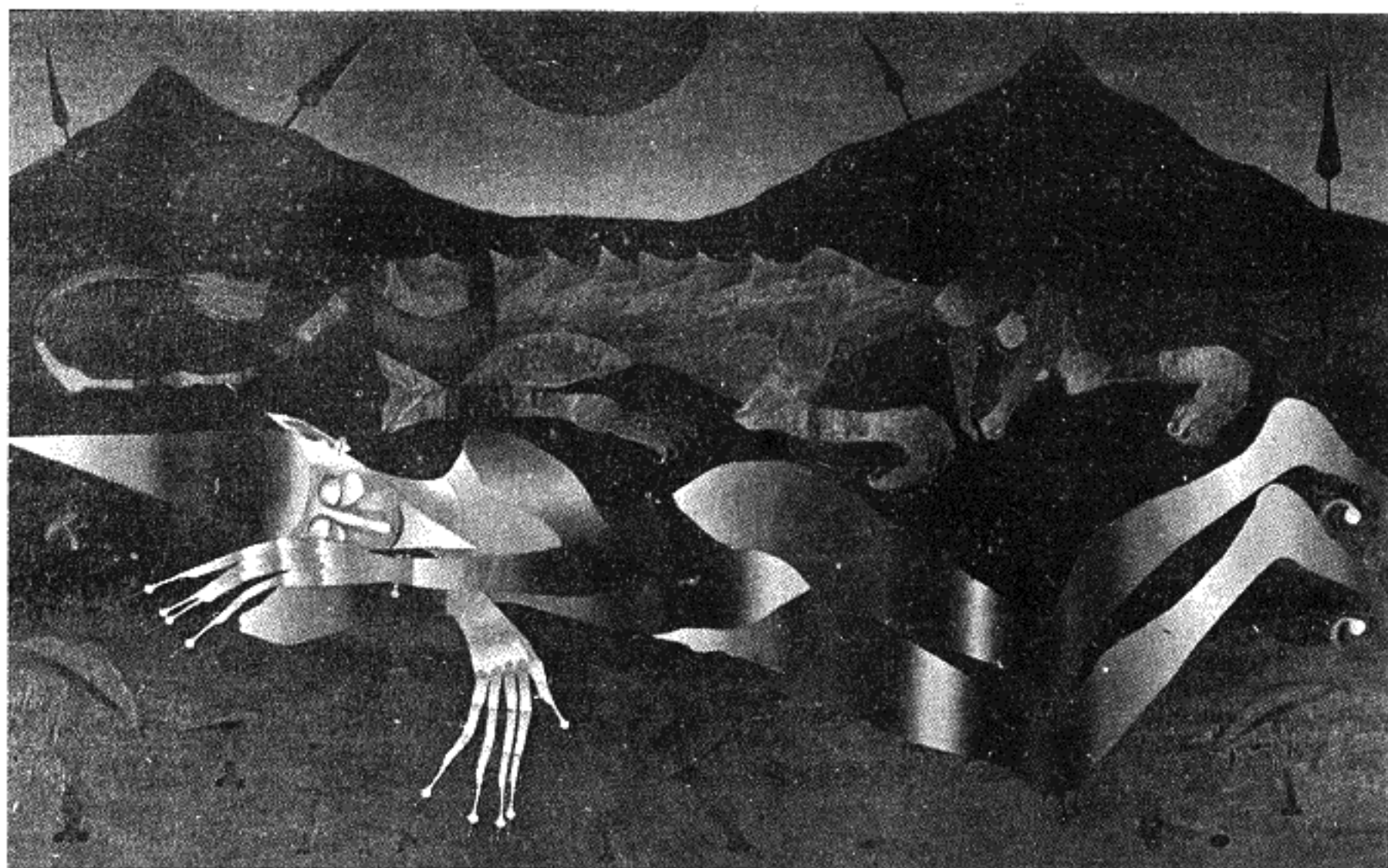
A finales del año antepasado, después de que el matemático inglés Colin Rourke se convirtiera en la última víctima de lo que se conoce como Conjetura de Poincaré, Dave Gabai del Instituto Tecnológico de California (Caltech) explicó tal obsesión:

“Para un matemático” afirmó Gabai, quien tiene reputación de resolver problemas que parecen irresolubles, “probar la conjetura de Poincaré significa fama, honor y prestigio”. Y ese es el juego: Will Kazez, su colega, añadió “si alguien la prueba, quizás algunos dirían, ‘bueno, ¿y eso para qué sirve?’, pero lo dirían porque no fueron ellos los que la demostraron”.

Los matemáticos hablan de la conjetura de Poincaré igual que Ahab de la ballena blanca. Una vez que se involucran con la conjetura inevitablemente les gana la primera batalla, y se vuelven tan obsesivos con su propósito como Ahab lo fue con el suyo. Dicen: “yo voy a ser el que lo logre” afirma Rourke, — quien sabe muy bien de lo que habla— “y no hacen nada más. Y un buen matemático se pierde en el arroyo”.

Considerando que la conjetura es sólo uno de los muchos problemas no resueltos en el campo de la topología, rama de la matemática dedicada al estudio de las propiedades fundamentales de estructuras y espacios, la obsesión parece fuera de lugar.

* Artículo aparecido en *Discover*, Julio de 1987. Traducción de León Kushner S., profesor del Departamento de Matemáticas, Facultad de Ciencias, UNAM.



Jean Poc

La conjetura es tan tentadora quizá porque es fundamental y parece tan sencilla. Pareció simple hace 83 años cuando Poincaré la propuso por primera vez. Una provocación increíble, así lo bautizó un topólogo. Steve Armentrout de la Universidad estatal de Pennsylvania que ha tratado de probar, sin éxito, que la conjetura es falsa, lo pone de esta manera: "La conjetura de Poincaré requiere no sólo todo lo que uno tiene sino mucho más".

A lo largo de muchos años, algunos grandes matemáticos, y algunos no tan grandes, pensaron que la habían demostrado. Y, con excepción de aquellos que murieron antes de que se supiera la verdad, todos tuvieron la oportunidad de arrepentirse de tal afirmación.

La cuenta exacta de intentos fallidos se desconoce. Cada año varios matemáticos se decepcionan creyendo que han probado la conjetura. Probablemente la mitad de ellos se las arregla para que sus fracasos permanezcan sin conocerse. Un porcentaje menor expone sus pruebas a un colega, o peor aún, lo hace en un seminario. En un número pequeño de casos los errores no se encuentran rápidamente y entonces se vuelven del dominio público, que es lo que le sucedió a Rourke, cuando llegó a Berkeley en noviembre de 1986 para discutir su prueba en un seminario de una semana de duración y éste se volvió el equivalente a un tribunal de la Inquisición. Su supuesto éxito ha sido seguido por varios periódicos y revistas científicas.

Además de ser granjero, Rourke, de 44 años de edad, es un hombre alto y afable de la Universidad de Warwick en Inglaterra. Después de obtener su doctorado en Cambridge, era un buen prospecto en topología. Rourke daba clases en Warwick durante marzo de 1985 cuando Eduardo Rego, su estudiante de

posdoctorado de 35 años de edad, le enseñó una prueba de un teorema; Rourke pensó que le llevaría directamente a la conjetura. Ambos trataron de hacer la prueba sin tomar en cuenta el tiempo que otros han empleado para resolver conjeturas. Como lo dijo el topólogo John Morgan de la Universidad de Columbia: "ya había mucha historia en este problema".

En febrero de 1986 Rourke y Rego creyeron haber obtenido una prueba y así lo hicieron saber. Las respuestas de los matemáticos variaron de cínicas a cautelosamente optimistas. Aun entre aquellos que pensaron que la demostración era válida Rourke no obtuvo popularidad: objetaron que un hombre trabajando con no muy brillantes ideas fuese el que hubiese conseguido la solución.

Quizás por esta razón muchos topólogos decidieron no acudir al seminario efectuado en Berkeley. Entre los ausentes estuvo Mike Freedman de la Universidad de California en San Diego, quien demostró la conjetura de Poincaré en un caso restringido: el de 4 dimensiones. Freedman, como otros de sus colegas, decidió que si la demostración era incorrecta, dejarían a los demás que expusieran los errores. No obstante, aun Freedman admite que su primera reacción fue de decepción: "bueno, ahí termina el mejor problema". John Stallings, de la Universidad de Berkeley, quien ayudó a probar la conjetura para universos de seis o más dimensiones, —una meta más abstracta, aunque más fácil— rehusó tratar con lo que llamó "una alucinación". Estuvo solamente en la primera sesión del seminario de Rourke, únicamente con el propósito de hacer un "diagnóstico psicológico": si Rourke "estaba o no loco".

Andrew Casson, topólogo de Berkeley, fue al seminario, pero solamente para hacer el papel del Gran Inquisidor ante la

herejía matemática de Rourke. Pocos participantes, incluyendo Robion Kirby, el organizador, quien creó una técnica llamada Cálculo de Kirby, que Rourke usó extensamente en su demostración, ansiaron un final feliz. Más aún, Kirby consideraba a Rourke como un amigo, pero él había trabajado en 4 dimensiones y no tenía mucha información para la conjetura en tres dimensiones. Algunos otros estaban optimistas pensando que la demostración tenía cierta elegancia y potencia. Pero aun así, llegaron a la inquisición con camisetas con leyendas de "reventar la demostración".



Cómo Deforman los Topólogos una Taza de Café a una Dona

En resumen, Hubris estaba por encontrar a Némesis.

Henri Poincaré, el hombre que dejó la conjetura a sus seguidores como una maldición, nació en 1854. Fue profesor

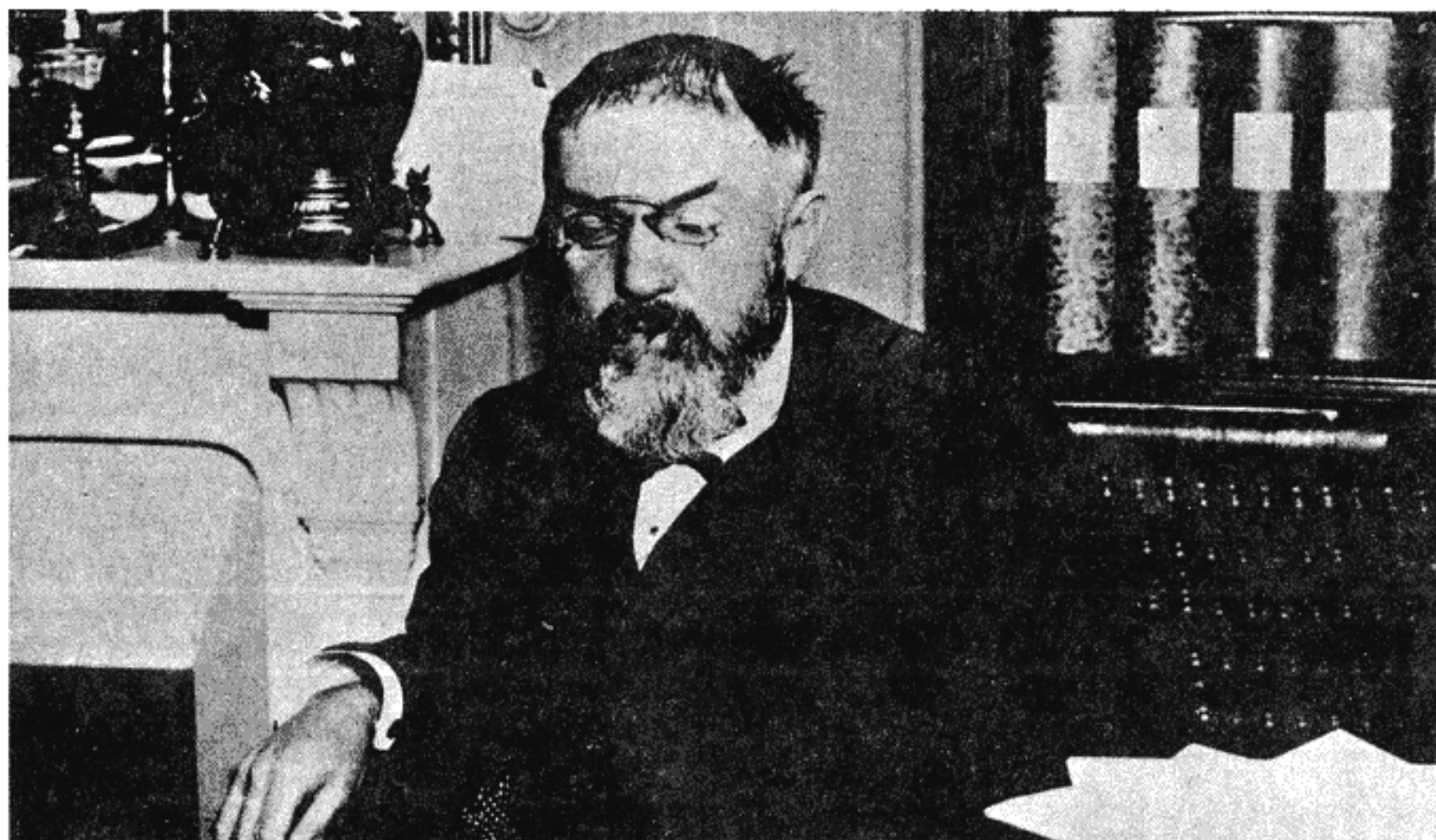
en la Universidad de París desde 1881 hasta su muerte en 1912, dominando la matemática de su tiempo. Poincaré fue universalista. Trabajó en todo, desde matemáticas puras hasta física y astronomía, y hacía todo primero en su mente, lo que le dio la reputación de distraído.

Su mayor creación fue la topología, a la que llamó "Análisis Situs", que fue considerada al principio en forma trivial. Desde entonces ha sido una parte importantísima de la matemática de este siglo.

Los topólogos se ocupan de aquellas propiedades de objetos y espacios que trascienden la geometría. Por ejemplo, para ellos, una esfera puede ser apretada, comprimida o doblada de muchas maneras y sigue siendo una esfera, mientras no se rompa o se le quite un pedazo. Como dice un matemático de Harvard: "supóngase que le damos una pelota, la cual es un objeto topológico. Usted la apachurra en un lado, la jala de otro, la dobla un poco. Le pasa un automóvil sobre ella, y deja a su hijo jugar con ella. Para un topólogo si aún no se ha roto, sigue siendo una pelota".

Los topólogos, siguiendo la broma, no pueden diferenciar una taza de café de una dona. Ambos son ejemplos de lo que se llama un toro: un topólogo puede modificar la primera en la segunda al elevar la depresión interna de la copa y alargar el asa (ver diagrama 1). De particular interés son las variedades, espacios que parecen planos en cierta escala, pero son capaces de ser curvados de manera grotesca en escalas mayores. Esto no es tan extraño como parece si uno considera que la superficie de la tierra es una variedad (para ser precisos una 2-variedad; a los topólogos les atañe sólo la superficie no su interior). Estando cerca de la superficie ésta parece plana pero de lejos un astrónomo la vería como una pelota.

El universo para un topólogo es una variedad tridimensional. Al igual que la superficie de la tierra, se ve plano desde nuestro punto de vista —la luz parece viajar en línea recta, ya sea desde las galaxias o quasares o de la parte más alta de la Torre Latinoamericana— pero de hecho, podría ser curvada si



la pudiésemos ver desde el punto correcto. Tal vez el universo se curva eventualmente en una versión tridimensional de la esfera, o en una dona, o en alguna versión de un nudo marinero; hasta ahora nadie lo sabe.

Idealmente a los topólogos les gustaría identificar todas las variedades posibles, incluyendo la forma del universo —lo cual es en realidad la conjetura de Poincaré. En dos dimensiones es relativamente fácil y fue logrado al final del siglo pasado. Pero es más difícil en tres dimensiones. La variedad bidimensional más sencilla es la esfera —la 2-esfera para los conocedores— y hay sólo un tipo. No existen esferas falsas o “exóticas” que tienen las propiedades de la esfera pero que en cierta manera inimaginable no lo son. (Nota del traductor: este problema sí existe en dimensiones altas, por ejemplo 7)

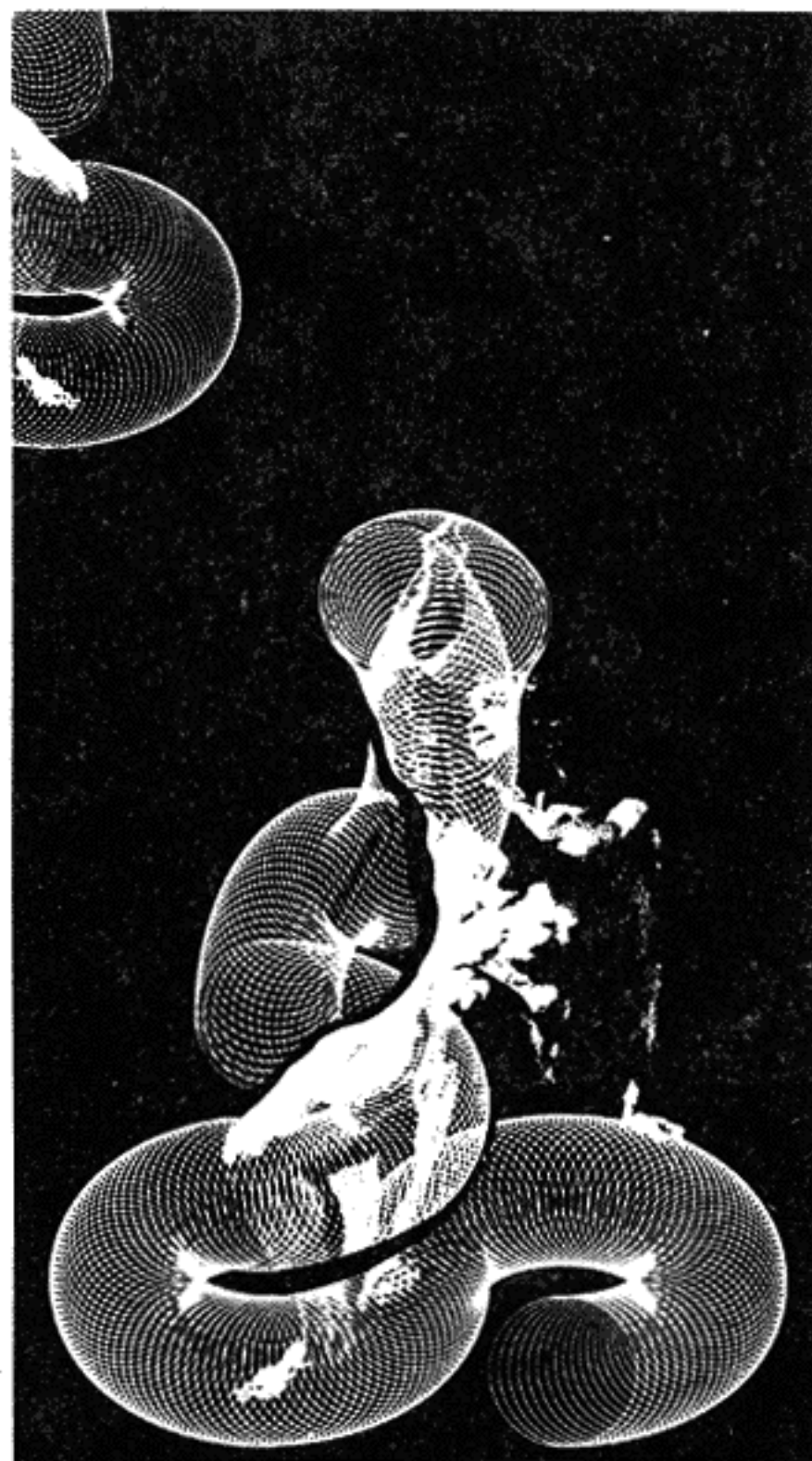
Para los topólogos el probar que algo es una verdadera 2-esfera —ya que puede tomar casi cualquier forma— basta con verificar que es simplemente conexa, lo que es más fácil de imaginar de lo que suena. Imagínese una liga de hule mágica colocada arbitrariamente en la superficie de una pelota. Si esta liga se puede contraer en un punto sin dejar de estar todo el tiempo en la superficie, y si esto se puede hacer en cualquier lugar de la pelota, se le llama simplemente conexa. Y esto significa para los topólogos que la pelota debe ser una esfera, aun si está desinflada. Sin embargo, si el objeto tiene un hoyo, por ejemplo una taza de café, y la liga pasa por el asa, sería imposible contraerla a un punto. Entonces no es simplemente conexa y no es una esfera.

En 1904 Poincaré conjeturó que lo que era cierto para dos dimensiones también lo era para tres: cualquier variedad tridimensional —el universo por ejemplo— que fuese simplemente conexa, tendría que ser la esfera tridimensional. (En tres dimensiones los topólogos usan un globo mágico en vez de una liga mágica y la superficie tridimensional es simplemente conexa si el globo, puesto al azar sobre su superficie, puede ser contraído en un punto. Si hubiese algún tipo de hoyo en el espacio, el universo ya no sería una esfera y el globo sería atrapado en el hoyo de la misma manera que la liga quedó atrapada en el asa de la taza.) *

La conjetura es la pregunta más simple que un topólogo puede hacerse si quiere clasificar todas las variedades tridimensionales. (De hecho llamarla conjetura es un error). Poincaré la propuso como una pregunta. Si M es una variedad tridimensional compacta sin frontera con el primer grupo de homotopía trivial, ¿es entonces M homeomorfa a la esfera tridimensional? Y suena, como a los académicos les gusta decir, intuitivamente obvio. Excepto que nadie ha podido probar que no existen variedades de 3 dimensiones con esas propiedades que no sean esferas, lo que significa que nadie ha probado que la conjetura es cierta. De hecho, tampoco han hallado dichas variedades, lo cual significa que tampoco se ha probado que la conjetura es falsa.

En 83 años el único progreso, por así decirlo, ha sido negativo. Nadie ha podido imaginarse qué propiedades puede tener una “esfera tridimensional falsa” que la haga diferente de una verdadera. Como un topólogo dice: “aun si usted tiene esferas falsas frente a sus ojos, ¿cómo sabría que son falsas? Un matemático soviético ha sugerido que un aspecto particular de espacios tridimensionales (conocido como el invariante de Rochlin) de alguna manera podría ser utilizado para distinguir una esfera falsa de una verdadera. En 1985 Casson probó que esta sugerencia no llevaba a ningún lado.

Lo irónico en este asunto de Poincaré es que las versiones de mayores dimensiones han sido resueltas. En la primavera



de 1960 Stephan Smale, un topólogo de Berkeley que trató de probar la conjetura en tres dimensiones, anunció suficientes veces que era cierta para dimensiones mayores que cinco. En esa época estaba pasando un año en Río y algunos de sus colegas insinuaron que había desarrollado la demostración mientras estaba acostado en la playa, lo cual Smale no refuta. Stallings se enteró de la demostración en Oxford, “después de un invierno jugando ‘turista’”, y encontró otra prueba para dimensiones mayores que seis. Entonces Christopher Zeeman, en Cambridge, probó la conjetura para 5 y 6 dimensiones, y finalmente Smale hizo una demostración para todas las dimensiones mayores que cuatro. En 1981 Freedman anunció su demostración para 4 dimensiones, lo cual Kirby llamó “la mejor pieza de matemáticas de este tiempo”. Freedman de 30 años, había trabajado el problema desde 1974, cuando empezó como profesor en Berkeley y atribuyó su éxito a lo que llamó “arrogancia de juventud”.

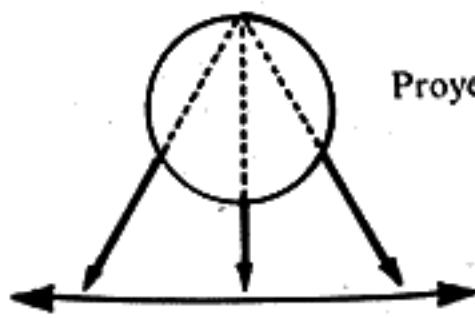
En retrospectiva, este éxito en dimensiones mayores no fue sorprendente. Topológicamente, el universo tiene más espacio al añadir más dimensiones, aunque dimensiones imaginarias al fin. En efecto Smale y Freedman hicieron sus demostraciones al probar que podrían tomar cualquier variedad, no importa que tan extraña y enroscada sea, para simplificarla y compararla con

* Nota del traductor: Esto significa que el segundo grupo de homotopía sea trivial

El mundo torcido de la topología

Los topólogos estudian variedades, superficies que se ven planas alrededor de cualquier punto de ellas, pero de hecho no lo son. Son más fáciles de entender dependiendo de su dimensión.

Variedades unidimensionales



Proyección

Topológicamente sencilla



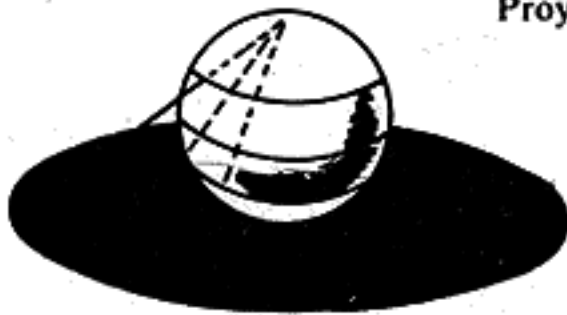
Visualmente compleja pero topológicamente igual



Más complejas pero topológicamente continúan siendo igual

El círculo es el elemento más sencillo de la familia. Al igual que las figuras a su derecha, es una variedad unidimensional ya que cada parte se puede proyectar sobre un segmento de recta, la cual es unidimensional.

Variedades bidimensionales



Proyección

Topológicamente simple

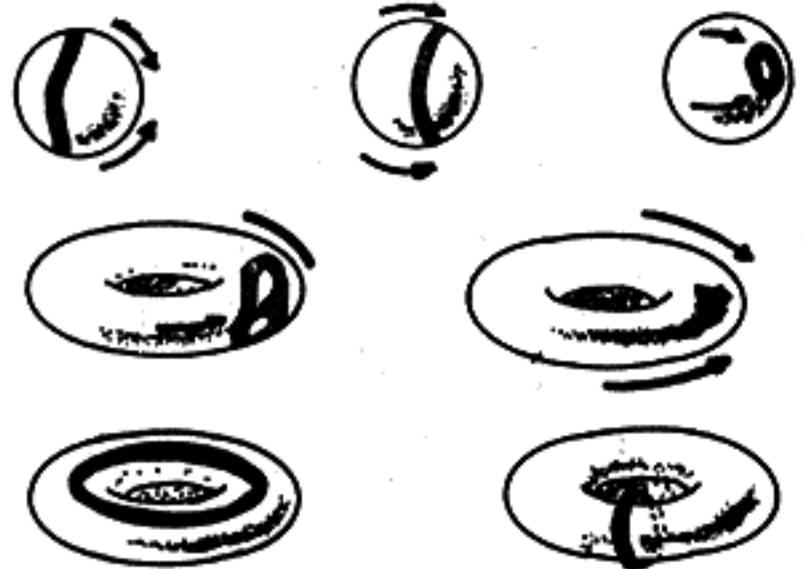


Visualmente compleja pero topológicamente igual



Más compleja y topológicamente compleja

La variedad bidimensional más sencilla es una esfera, la cual puede ser proyectada sobre un plano. (Parece ser tridimensional pero a los topólogos les interesa nada más la corteza.) Si usted pone un lazo sobre ella, al estrecharlo sobre la esfera se convertiría en un punto. Si se hace esto para cualquier lazo en la superficie, ésta se llamará simplemente conexa. En los ejemplos a la derecha en la dona el primero es exitoso pero los siguientes no lo son.



variedades tridimensionales



Proyección

Para describir una variedad tridimensional tenemos que trabajar en una cuarta dimensión que puede ser conceptualizada (apenas) pero no dibujada. La proyección de la 3-esfera, una variedad simplemente conexa, es una familia de esferas concéntricas bidimensionales, esto es, una bola sólida. La conjetura de Poincaré es que la de 3-esfera es la única variedad cerrada simplemente conexa en la familia de variedades tridimensionales.

varias esferas y ver si éstas eran equivalentes. Para hacer esto usaron discos bidimensionales como si fuesen pasadores para desanudar una variedad enroscada donde se cruzaba consigo misma.

A mayor número de dimensiones, más espacio había para trabajar. Pero en tres dimensiones (y en menor dificultad en cuatro) el lugar se hace tan apretado que los discos se entrecruzan, lo cual crea más problemas de los que resuelve. La demostración de la conjetura con dimensiones mayores se volvió una clave que condujo a una teoría para su clasificación, que es lo que en realidad buscan los topólogos. Desde 1939 los topólogos aprendieron cómo convivir con la incertidumbre de la conjetura evitándola: si la conjetura era cierta, —decían entonces— esto era cierto, y si la conjetura era falsa, entonces aquello era cierto. La topología tridimensional continuó y dejó la conjetura en el costal. La razón principal de que alguien se desviara de su camino para probarla era porque, bueno, ahí estaba.

Los predecesores de Rourke en el embate por encontrar la verdad acerca de la conjetura forman una larga e ilustre lista. El gran matemático inglés J.H.C. Whitehead fue el primero en presentarlo públicamente en 1934, después de que lo hizo el mismo Poincaré.

Whitehead era famoso por su brillante topología, su política de izquierda y su bien ganada fama de buen tomador. (Como sus estudiantes lo dicen, Whitehead murió a las ocho de la mañana cuando regresaba de un juego de cartas que duró toda la noche en Princeton). Un año después que reveló su prueba él mismo encontró su error, publicó una corrección y al siguiente año se retractó.

La conjetura siguió inconquistable hasta los años cincuenta cuando se reanudó el ataque en el Instituto de Estudios Avanzados en Princeton, en particular por un joven matemático griego llamado Christos Papakyriakopoulos. "Papa" —como era llamado—, llegó a los Estados Unidos al final de los años cuarenta, y un día de 1956 anunció demostraciones de los más importantes teoremas en topología. El Lema de Dehn, el de la esfera y el de los lazos.

La mayoría de los topólogos supuso que finalmente habían obtenido —gracias a Papa— la tecnología analítica para atacar variedades tridimensionales y la conjetura de Poincaré. Estaban equivocados, y la conjetura continuó en pie pasando por muy buenos topólogos (de la misma manera que Rocky Marciano pasó por la categoría de los pesos completos: invicto).

El primero en caer en el error fue Papa, quien persiguió la conjetura con dedicación monomaniaca rehusando a dar clase —lo que significaba renunciar a un puesto definitivo en la Universidad— porque esto le quitaba tiempo para su propósito. Rechazaba invitaciones a cenar y vivía soltero en un apartamento minúsculo, casi vacío. Cuando murió, en 1976, sus colegas hallaron entre sus pocas posesiones un manuscrito bien pulido de 160 páginas. Era un programa para demostrar la conjetura y clasificar todas las variedades tridimensionales. Al inicio de una página —de acuerdo a Stallings—, estaba escrito "Lema 14" el resto de la página estaba vacío. "Algún día regresaría a demostrar dicho lema" dice Stallings, y "nunca lo hizo".

Las siguientes personas fueron dos europeos que se trasladaron a los Estados Unidos, Wolfgang Haken y Valentín Poenaru, ambos del Instituto de Estudios Avanzados de Princeton. Haken fue producto de una educación tradicional alemana. Había empezado su tesis doctoral en un problema relacionado con la conjetura antes de cambiar hacia la teoría de nudos y probar cómo se puede reconocer cuando un nudo está anudado o no lo está.

Pero su demostración pasó desapercibida; no sólo eran varios cientos de páginas ilegibles, sino que su enfoque no algebraico estaba fuera de moda. "Yo no sabía que estaba

fuera de moda" y añade "entre más sabe uno más prejuicios tiene" "si una persona sabe mucho ya no sirve". En 1963, su esposa, también matemática, sugirió que si deseaba llamar la atención, debía cambiar de teoría de nudos e irse a la conjetura de Poincaré.

Habiendo revisado el trabajo por Papakyriakopoulos, Haken se imaginó que la conjetura "podría ser resuelta de inmediato".

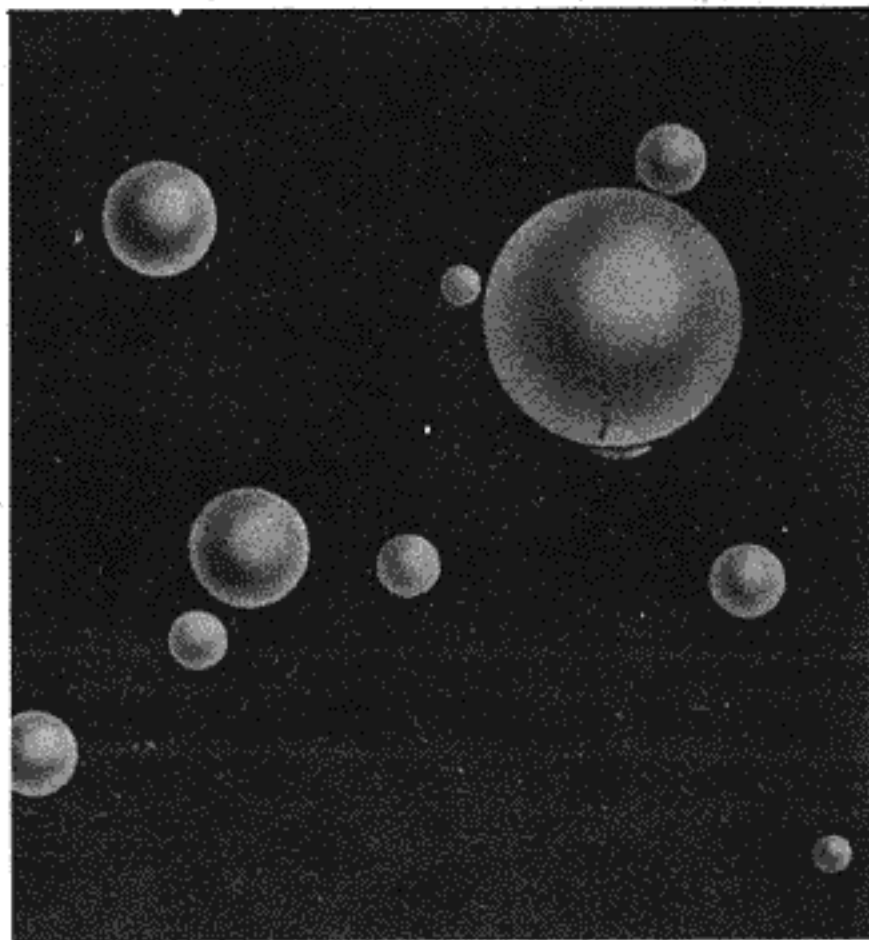
Su rival Poenaru —quien desertó de Rumania en 1962 estando en una conferencia en Suecia y pidió asilo en Francia— se hizo famoso, estando aún en Bucarest, por resolver un problema importante relacionado con bolas de 4 dimensiones. En 1964 se mudó de Harvard al Instituto donde se preparó para atacar la conjetura.

Ninguno de los dos se había percatado de que el otro estaba trabajando en una demostración. Poenaru anunció su demostración primero en 1964, mientras que Haken daba una serie de conferencias en Alemania Occidental. Cuando Haken oyó que lo habían vencido, se encerró en un cuarto y escribió su prueba y la hizo también pública. Después tuvieron tiempo de hablar y se percataron que sus demostraciones eran casi idénticas y que habían caído en el mismo error.

Entonces los dos cayeron víctimas de lo que Haken llamó "Poincareitis" —una creencia morbosa y obsesiva de que la conjetura puede ser demostrada, combinada con incapacidad de admitir que han fallado—. La causa reside nuevamente en la aparente sencillez de la conjetura. Cuando se hacen errores, también éstos parecen sencillos. Todo lo relacionado con la conjetura parece resoluble, si uno tuviese suficiente tiempo para trabajar los detalles.

Aún en 1970 Haken creyó que podría obtener una demostración: "Los primeros 10 años fueron divertidos" —dijo— "porque casi creí que la tenía. Entonces me deprimí. Cuando tenía una buena idea sentía que tenía la obligación de continuar sobre ella. Pero me tomaba otro año para ver por qué no funcionaba.

Finalmente perdí la confianza y me dije "esto no es vida". En 1973 Haken se curó de su adicción con la ayuda de una conjetura igualmente famosa, el problema de los cuatro colores* (* dado cualquier mapa plano, éste se puede iluminar con a lo más cuatro colores, de tal manera que dos países vecinos no tengan el mismo color), la cual resolvió con su colega



Ken Appel cuatro años después. "Jamás volveré a tratar," —jura— y añade de manera desconcertante, "a menos que sea para buscar contraejemplos". Cuando Poenaru reanudó su trabajo en la conjetura, se dice que la esposa de uno de sus colegas comentó, "pobre Valentín ya le picó otra vez el gusanito".

Tal vez el caso más clásico de Poincaritis fue el del matemático Andrew Conner, quien empezó a trabajar insistentemente en la conjetura al final de los sesenta. Muchas veces se pensó que tenía demostraciones. Semanas antes de que muriera de cáncer a la edad de 43 años en 1984, Conner anunció otra vez una demostración. Haken y otros cuatro matemáticos fueron asignados a su lecho de muerte para oír los detalles. La prueba era en tres pasos, Haken verificó los primeros dos pero el tercero parecía defectuoso. En ese momento Conner estaba muy débil para discutirlo "no creo que hubiese funcionado" señaló Haken.

Los topólogos exitosos tienden a poseer una facultad altamente desarrollada para la imaginación. Esto es especialmente

cierto para los topólogos geométricos, en contraste con los algebraicos, para los cuales la conjetura de Poincaré es de menor interés. La diferencia entre los dos —afirma Freedman— "es que para los geométricos las figuras fluyen en sus mentes en lugar de que las fórmulas lo hagan". Freedman concluye, "es asombroso que si tu talento se esparce, imagines cosas y sueñes y tengas una ilusión, que haya algo en nuestra sociedad para que estés feliz". Bendecido con una visión que Freedman encuentra "casi increíble", Bill Thurston de 40 años, de la Universidad de Princeton, cambió efectivamente el juego de la topología tridimensional a mediados de los 70. El legado de Papanikolopoulos había sido gastado y Thurston lo reemplazó con lo que se conoce ahora como Representación Geométrica de Variedades. Thurston —quien obtuvo su definitividad a los 27 años— es un iconoclasta, "aun para ser un matemático". Tiene un talento para hacer cosas que parecen locuras y que milagrosamente representan algo" —comenta Morgan— El mismo Thurston señala: "Creo que las matemáticas son como observaciones. Existe algún mundo matemático que realmente está ahí.

¿Cómo se Podría Probar que el Universo es Tridimensional?



A los ojos de los topólogos, Magallanes no probó realmente que la tierra es una esfera. Lo que hizo fue mostrar que existe una trayectoria larga sobre su superficie que lo regresaba al lugar donde empezó. La tierra podría tener la forma de una dona y Magallanes no hubiese notado la diferencia. Pero según Bill Thurston, un monarca muy rico puede establecer que la tierra es redonda sin alejarse de su casa. Imagínese que este potentado, inclinado por la matemática, viva en el polo sur, manda miles de navegantes hacia el polo norte y les dice: "Mantengan contacto visual con sus colegas a ambos lados de su embarcación". Estos navegantes se esparcirían y viajarían hacia el norte

formando un círculo cada vez más largo, al acercarse al ecuador. Al pasar al hemisferio norte el círculo se estrecharía a un punto al llegar todos al polo norte. Al encontrarse simultáneamente, habrían demostrado, topológicamente hablando que la tierra era una esfera.

Esto es lo que llaman los topólogos, barrer un círculo unidimensional (el círculo formado por los barcos) a través de una variedad bidimensional (la superficie de la tierra). Si la tierra fuera una dona podría empezar en un meridiano del este y se reunirían en el mismo meridiano pero jamás en un punto.

La misma demostración, añadiendo una dimensión, probaría que el universo es una esfera tridimensional. En este caso el monarca manda "astronautas" en miles y miles de naves espaciales. Las naves salen simultáneamente de la superficie de la tierra, con la misma orden de mantener contacto visual con las naves vecinas y mantener la misma velocidad hacia el espacio en una 2-esfera que se expandería hasta llegar a cierta esfera máxima y después se contraería y llegarían a un mismo punto todas las naves simultáneamente ("El jardín del Edén") en el lado opuesto del universo como lo llama Thurston. Las naves espaciales dirían a los topólogos que han barrido una 2-esfera a lo largo de una 3-variedad y al hacerlo han probado que ésta última es una 3-esfera.

George Greenstein
**ESTRELLA
CONGELADA**

De los pulsares, los
agujeros negros y el
destino de las estrellas



- La estrella huésped
El descubrimiento de los pulsares
- La tormenta electromagnética
- Fuego y hielo: la máquina del tiempo
- El juego de Dios con el mundo

Otros títulos recientes
en Colección Popular:

Michel Rocard
**¿COHERENCIA O
RUPTURA?**
Textos políticos 1979-1985

Jean-Francois Revel
SOBRE PROUST

Raúl Muñiz
**PRINCIPIOS EN EL
COMBATE DE
INSECTOS**

Michel Leiris
HUELLAS



FONDO DE CULTURA ECONÓMICA

Algunos patrones en él se arman de alguna manera. El problema es aprender a ver cómo son".

En 1976 Thurston contempló variedades tridimensionales desde un punto de vista puramente geométrico, distinto de como lo ven sus compañeros topólogos. ("un cristal es de cierta manera un objeto geométrico.") — Dice Freedman— "Una bola de masilla es un tipo de objeto topológico". En esencia, Thurston estaba diciendo que cada variedad moldeable tiene una geometría preferida, como un manto colgado sobre un marco cristalino que tiene una estructura geométrica exacta. Thurston usó su visión en una conjetura que proponía que cualquier variedad tridimensional puede ser cortada en piezas y cada pieza debe ser uno de ocho tipos de cristal. Dice Larry Siebenmann, de la Universidad de París: "vino del cielo como un disparo". El trabajo de Thurston, como el de Papakyriakopoulos 20 años antes, tiene el poder teórico que los topólogos pensaron sería necesario para resolver la conjetura. No sólo era elegante sino que también abría la topología hacia la geometría, y ésta tenía lo que los matemáticos llaman "estructura". "Algunas áreas de las matemáticas son muy ricas en estructuras". Dice Peter Shalen, topólogo de la Universidad de Illinois: "uno puede ir todo el tiempo de un problema a otro". Al eslabonarlo con la geometría —dice Shalen—, "Thurston hizo de la topología tridimensional un campo donde uno puede hacer cierto tipo de gimnasia mental que nunca antes había sido posible hacer. Esto a su vez hizo que se introdujeran todo tipo de técnicas."

La visión de Thurston también se veía como una ruta segura para entender y clasificar todas las 3-variedades, lo cual es lo que él deseaba hacer: "creo que la gente ha desperdiciado mucho tiempo tratando de probar la conjetura de Poincaré" y añade "aun cuando se demuestre solamente resolverá un problema sobre una sola 3-variedad: la 3-esfera".

Actualmente la parte demostrada de la conjetura de geometrización de Thurston, llamada teorema de geometrización, no trata todos los tipos de variedades consideradas en la conjetura de Poincaré. "Está del otro lado de la barda" dice Siebenmann. Otras partes de la conjetura de geometrización lo hacen y si son demostradas (los matemáticos piensan que Thurston lo hará) la conjetura será vencida. "Aún no estoy al final de mi camino" afirma Thurston.

En 1980 la mayoría de los topólogos sentían que los tradicionales asaltos frontales serían infructuosos. A algunos, como Freedman y Casson, les gustaría trabajar en el problema, pero saben que no tienen ideas suficientemente poderosas para empezar: "Uno no puede simplemente sentarse y trabajar en ella" dice Freedman. "Se da uno cuenta que la mente está en blanco y uno se pregunta ¿qué es lo que hay que hacer? Dejaría otras cosas si pensara que tengo una buena idea". La mayoría de los topólogos apostaban que de ser demostrada la conjetura, la solución vendría de Thurston o de otro matemático lo suficientemente joven para no ser influido por los métodos tradicionales.

Esto último sucedió en 1983, cuando Freedman usó el trabajo de Simon Donaldson, un estudiante de doctorado de la Universidad de Oxford, para demostrar que matemáticamente hablando existían al menos dos universos de cuatro dimensiones. Esto ha sido lo más sorprendente que se ha demostrado en esa dirección en los últimos tiempos. Donaldson lo hizo posible usando técnicas de Física Teórica, y como afirma Freedman: "parecía una cosa rara asociada a una variedad".

Esta fue la novedad que Rourke esperaba cuando desarrolló su demostración sin leer ninguno de los intentos anteriores, para no desviar su creatividad. Sin embargo, sus colegas pensaron que por ignorar la historia, sólo llegó a una edición revisada de la de Haken, con un par de atracciones añadidas que dieron, en palabras de Rourke "mayor fuerza".

El cálculo de Kirby, por ejemplo, dio a Rourke un lenguaje con el cual podía comparar dos variedades aparentemente distintas. El estaba seguro que ahí era donde la estrategia de Haken había fallado y la suya no.

Para sus colegas la prueba de Rourke fue decepcionante. No era elegante. "No se veían saltar pequeños objetos interesantes cuando uno la iba leyendo" afirma Freedmann. "En contraste, el trabajo de Thurston está lleno de pequeños pero bellos hechos que uno puede meterse al bolsillo". El mismo Thurston lo dice de manera más brusca: "No creo que a mí me hubiera gustado hacer esa prueba".

Cuando Rourke llegó a Berkeley en noviembre, su prueba ya había pasado por dos cambios, él mismo halló un error en la demostración, que fue señalado por Haken. Haken encontró otro y se inició toda esa publicidad nunca antes vista.

Rourke empezó con una presentación en la prensa, escrita junto con Ian Stewart, un matemático de Warwick y escritor científico, quien ha publicado artículos en el *Guardian* y *Nature*. Más tarde ambos escribieron un colorido y largo artículo en el *New Scientist*. Comenta Stallings, quien no es conocido por cometer errores: "Me imagino que el motivo principal que Stewart tiene es el de atraer la atención sobre las matemáticas, con la esperanza de que el gobierno otorgue dinero. Básicamente las matemáticas son un arte barato, tal vez esotérico, al que se debe subsidiar". Aparte de todo esto Rourke fue mencionado en el *New York Times* diciendo que él consideraba la prueba clara y que si muchos matemáticos no habían leído su artículo, era por "pereza". En retrospectiva comenta: "Estaba tan convencido sobre la demostración, que esperaba ansiosamente una invitación para dar una conferencia sobre ella —lo cual hizo en Berkeley. "Quería hacerse notar" dice Kirby. "Me cae bien el tipo y me habría gustado que tuviese éxito, pero ya que se hizo tanto ruido, pensamos que todo debía de aclararse. Los matemáticos parecían un poco tontos".

La acusación de "pereza", tocó una fibra particularmente sensible, ya que la mayoría de los que trataron de leer

la demostración de 100 páginas no habían logrado hacerlo. Usualmente una demostración rigurosa empieza con teoremas conocidos y después introduce nuevas técnicas, indica qué es lo que se hace en casos específicos y finalmente demuestra cómo se puede concluir la prueba para todos los casos posibles. Pero dice Kazez: "En las últimas cincuenta páginas de la demostración de Rourke, no había ningún lema, proposición ni teorema claramente formulados".

Rourke defendió su demostración sosteniendo que estaba escrita como una enorme construcción; describiendo en qué forma: "Haces esto a esto, haces esto otro a esto otro, haces aquello a aquello y entonces terminas chequeando una lista de cosas". Sus colegas —dijo— sólo querían algo que pudiese ser dividido en piezas pequeñas y comprensibles, pero su prueba no podía ser así. Pocos se tragarón esta manera de razonar. Un matemático dijo: "teníamos temor a que esta prueba no fuese lo suficientemente clara para estar equivocada".

Los matemáticos en Berkeley también estaban preocupados sobre las reglas que normarían el seminario. La manera en que se desenvolvería el asunto era "o se hallaba un error en la demostración de Rourke en los 5 días que duraba el seminario o regresaba a su casa triunfante. "Esta actitud era completamente equívoca" dijo Stallings. "La responsabilidad de demostrar un resultado matemático es de quien lo afirma".

Aunque Kirby organizó el seminario, el maestro de ceremonias fue Casson, un inglés que inventó las asas de Casson, un artefacto matemático en el que Freedman se apoyó para su demostración en cuatro dimensiones. Se dijo que Casson dejó Cambridge porque la Universidad estaba descontenta por su rechazo a publicar su trabajo. Berkeley fue más acogedora. "El campo es tan pequeño" —afirma un ex-topólogo de Berkeley— "todos saben que él es bueno y constantemente tiene ideas brillantes. No escribe sus resultados, pero los explica de una manera tan clara, que todos entienden". Casson ha tratado de resolver la conjetura varias veces y ha terminado entendiendo por qué sus intentos no han dado resultado y los utiliza para señalar los errores en las pruebas de otros.

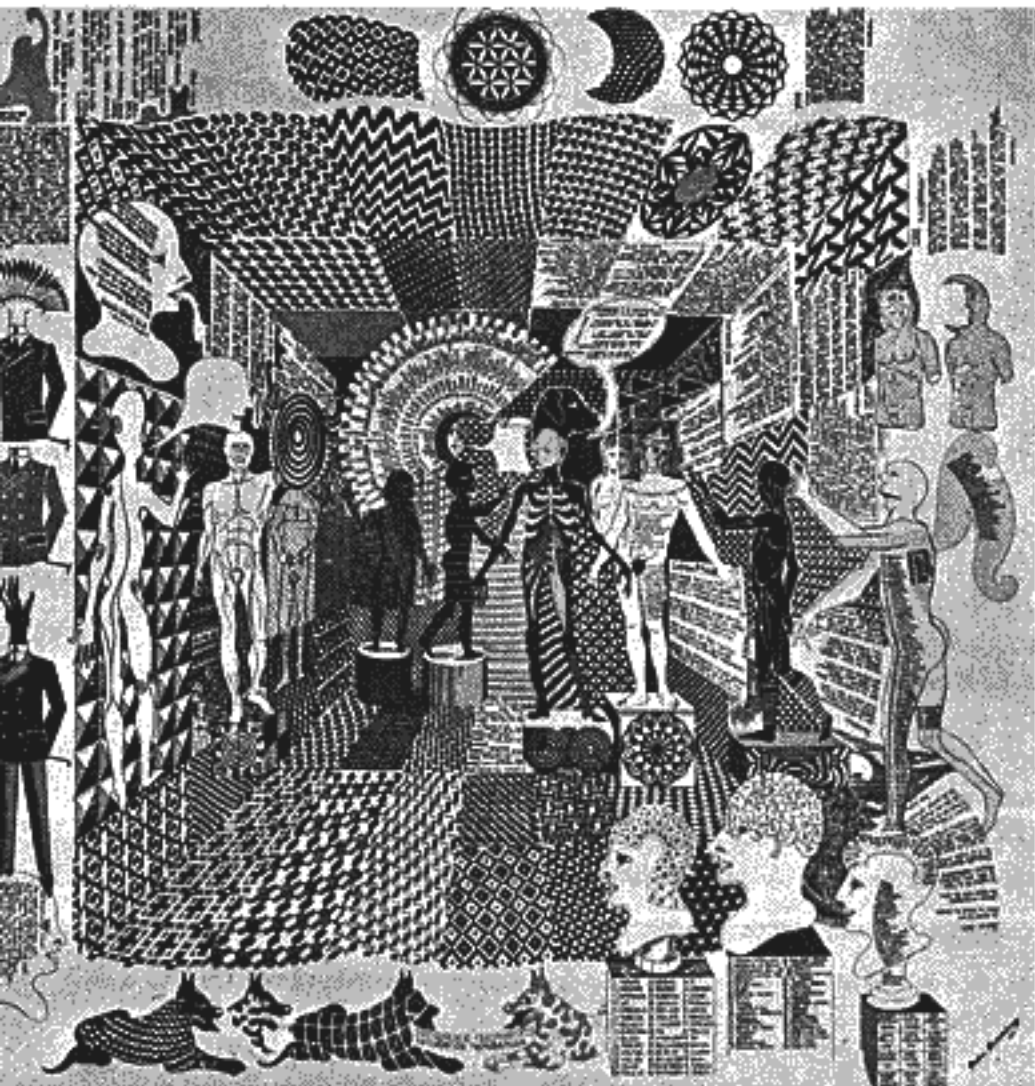
Colaborando conjuntamente con Casson estaba Gabai, quien permaneció en la demostración desde el principio. El estaba como profesor visitante en Warwick durante la primavera, cuando Rourke impartía seminarios sobre su prueba. Siendo el único experto en 3-variedades de los alrededores, Gabai se sintió responsable de revisar la demostración y se quedó impresionado.

"Era extremadamente seductora" —afirmó. Junto con ellos estaba Kazez y Hamish Short, un estudiante de Rourke y dos estudiantes de doctorado bajo la dirección de Kirby.

Gabai trató de convencer a Haken; éste no aceptó, pero sugirió puntos hacia donde Gabai debía dirigir sus sospechas. Cuando Gabai y Kazez llegaron del Tecnológico de California conferenciaron con Casson: el escenario ya estaba listo.

El seminario se inició sin tropiezos, Rourke delineó su demostración para dar a la audiencia una idea hacia dónde se dirigía, discutiendo los detalles de cómo llegar al final. Trabajó yendo de un detalle a otro, contestando preguntas tal como se le iban formulando. "La gente mencionaba todo tipo de objeciones menores" —comenta Kazez. "Algunas las contestaba, a otros les decía 'bueno, tiene usted razón, pero yo no quería decir eso'. Entonces proponía una modificación y continuaba."

Para el tercer día dice Gabai, "estaba claro que lo que Rourke había escrito en su manuscrito y lo que nos estaba diciendo era completamente diferente". La demostración se desenvolvía con cada objeción. Casson continuaba en su papel de fiscal y parecía tener en mente un plan de ataque particular, aunque se culpó por no haber visto el error de Rourke antes.



Pedro Friedberg

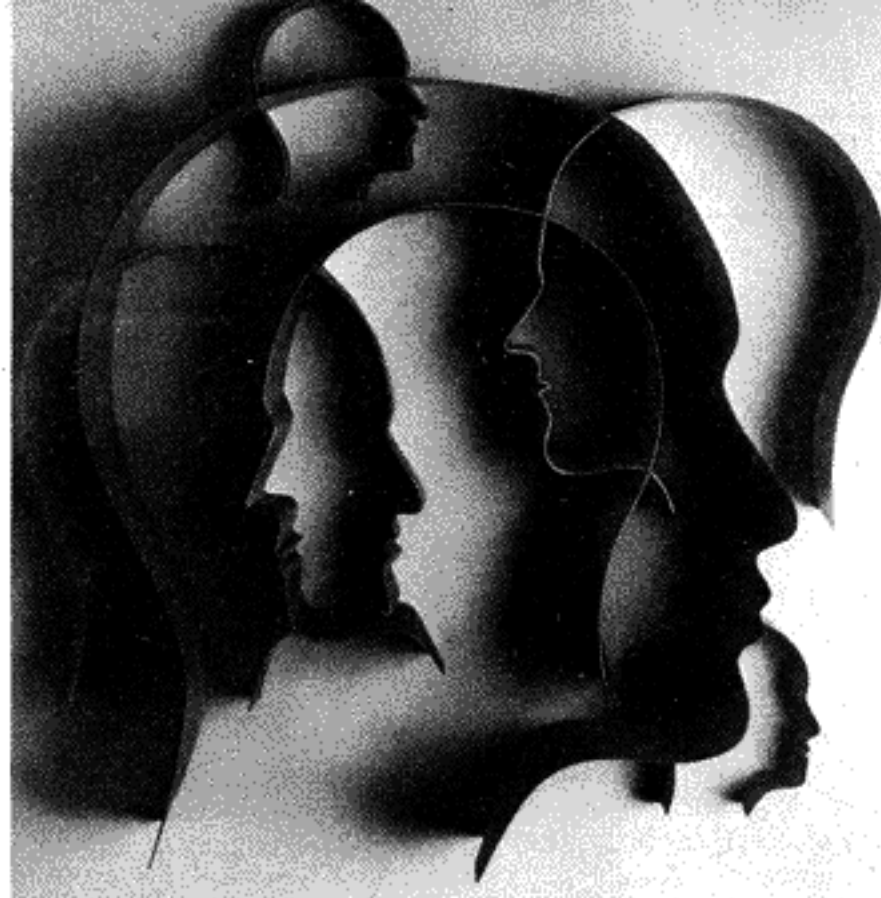
"Sabía qué tipo de obstáculo estaba buscando" —dijo— "lo que no sabía era dónde encontrarlo".

Al cuarto día Gabai y Casson lo encontraron durante una discusión acontecida la noche anterior, y cirnieron la parte problemática. Para evitar el punto en el que Haken se había atorado, Rourke añadió lo que llamó un rompimiento de marbetes en cascada que era considerado su as bajo la manga. Ninguno de los dos confiaba en ella. La tarde siguiente Casson preguntó sobre un diagrama en la parte dudosa de la demostración. Rourke dio una respuesta aparentemente satisfactoria. Poco tiempo después, cuando Rourke trabajaba en un teorema relacionado con éste, Gabai inocentemente pidió que se regresara a un detalle menor "a no ser por eso, todo estaba bien" —dijo Gabai— "sólo quería que lo explicara de nuevo. Vio el detalle y dijo "Pero si acabamos de romper la cascada" y gritamos ¡ajá!, no puedes romperla, sólo puedes romper marbetes, pero éste es un pseudomarbete o lo que sea, y eso fue el final.

El error resultó ser una reencarnación de otro que Haken expuso seis meses antes y que Rourke pensó que había resuelto. En la última mañana, Rourke llegó sugiriendo que podía remediar el error. La línea frontal compuesta por Kirby, Gabai, Casson y Kazez no acudió y mandaron al segundo equipo, compuesto por dos estudiantes de Kirby, Mike Hirsch y Kevin Walker, para terminar la faena. "Los tipos lo hicieron muy bien, dice Gabai. Estuvieron como mastines tras la presa, directo a la yugular del pobre de Rourke. Se lo comieron vivo". Comenta Kazez, "al final Rourke admitió que fue un desastre. Dice que está seguro que el manuscrito está incompleto, lo que no es una declaración propia cuando se defiende uno de los problemas más conocidos en matemáticas". Al día siguiente Gabai envió un telegrama a Thurston vía computadora; su título: "La conjetura de Poincaré destrozada".

Con su prueba y credibilidad por los suelos, Rourke tardó en recuperarse. Estaba, según lo admite, "un poco destrozado y deprimido". Kirby lo resumió de la siguiente manera: "La conjetura es una proposición de todo o nada. O lo consigues uno todo o nada. Déjenme ponerlo de esta manera, si Rourke fuese montañista estaría ahora muerto".

Hasta diciembre, Rourke pensó que podía corregir el error. "Es muy tentador" dijo. "La prueba se reduce a detalles técnicos que parecen ser fácilmente resueltos. Kirby tiene razón. Hasta que el último detalle no se ha escrito, no se tiene nada".



Cuando se refirió a que Rourke había contraído Poincaré y que trabajaría el resto de su vida en la conjetura, él contestó: "espero que no".

Y el latido continúa. Poenaru, quien ahora vive en París, ha circulado el boceto de una prueba de aproximadamente 120 páginas, y la proporción de la demostración es de 20 a 1, lo que hacen 2400 páginas. Esta versión abreviada aún no ha provocado respuesta alguna. "Ninguna revista publicará un artículo de tal tamaño" dice Poenaru, "sin saber que en verdad demuestra la conjetura de Poincaré". Arthur Evertt Pitcher, un matemático de la Universidad de Lehigh, ha estado circulando el prospecto de otra prueba. Esta versión fue ultimada por Stallings quien dijo: "Fue parecida a la de Poincaré de 1904". Unos años antes, Armentrout hizo un artículo de 300 páginas probando que la conjetura era falsa. Fue rápidamente derribada por Haken, a lo que Armentrout comenta: "lo hace a uno cauteloso". Sigue tratando de demostrar que la conjetura es falsa.

¿Cómo será recibida la siguiente demostración de la conjetura de Poincaré? Parece ser que dependerá tanto de quién lo hace que de cómo es. Como dice Kazez: "Si Thurston dijera que la conjetura ha sido probada y escribe un resumen de una página, todo mundo le creería. Se pelearían por recibir la primera copia del manuscrito". Y añade riendo sobre su amigo Gabai: "Si David lo afirmase, la gente tendría miedo de leer lo que escribe, pero le creerían. Es una cuestión de credibilidad. Si uno ha estado resolviendo antiguos problemas famosos, entonces la gente lo leería. Y si usted es una persona simple y sencilla y las primeras 20 páginas son interesantes y ha hecho algo novedoso que apasione a sus lectores, ellos lo leerían. De no ser así..." ⊕

Contactos

REVISTA DE EDUCACIÓN EN CIENCIAS BÁSICAS E INGENIERÍA



ESTRUCTURA DE PROTEÍNAS
ANDRÉS HERNÁNDEZ, ARTURO POZO, SILVIA SOLÍS,
RAFAEL ZUBILEAGA

LOS NÚMEROS FIGURADOS EN LA ARITMÉTICA GRIEGA
RENATO GALICIA B.

CURSO INTRODUCTORIO DE FÍSICA CON ENFOQUE
INTERDISCIPLINARIO
ARMANDO GINTORA O.

ESTRATEGIAS EN LA ENSEÑANZA
M.A. DE LOS DOCTORES AYALA V., ANA L. BENAVIDES,
FARUK A. LONNGI Y.

A7N. UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA

Revista de Educación en Ciencias Básicas e Ingeniería

De venta en: Librerías de Cristal, Gandhi,
El Agora, El Parnaso, Casa del Libro y otras.

Suscripciones \$ 10000 (4 números) en:
UAM-Iztapalapa, Cubículo E-318,
Av. Michoacán y Purísima,
C.P. 09340, D. F. Apartado Postal 55-532,
Tels. 686-0322, 686-1611, ext. 205.