Acerca de las perspectivas de las investigaciones matemáticas en Cuba (2a. parte)

JOSE RUIZ SHULCLOPER*

LINEAS PRINCIPALES DE INVESTIGACION

Sobre la base de los conceptos y principios definidos en el epígrafe del final del artículo anterior expresamos como objetivos fundamentales de las investigaciones matemáticas en Cuba los siguientes:

- Introducir, desarrollar y aplicar los aspectos más novedosos de la matemática que garanticen alcanzar un alto nivel científico y la posibilidad de resolver problemas en las esferas de la producción, los servicios y otras ciencias.
- Contribuir a la formación de estudiantes y egresados universitarios en las diferentes ramas de la Matemática.
- Contribuir a la divulgación de los logros en la investigación matemática y sus aplicaciones.
- Brindar asesoramiento matemático.

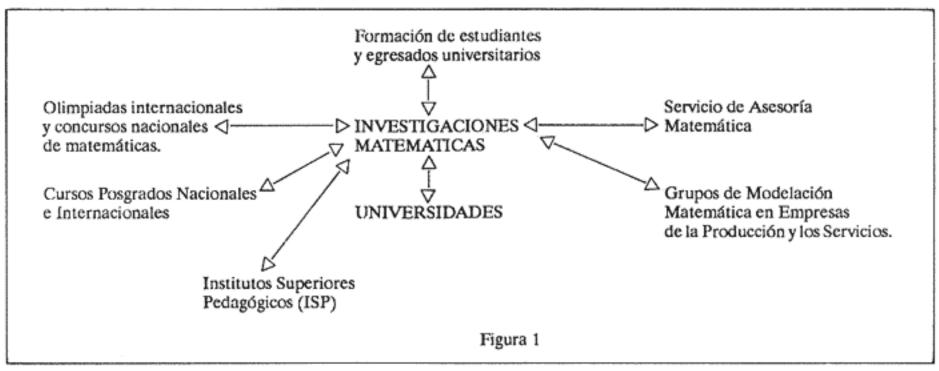
Desde el punto de vista de la realización de estos objetivos consideramos necesario un conjunto de relaciones entre diferentes factores. Estas se describen en la figura 1 en la que las flechas dobles indican retroalimentación.

Como conclusión parcial, en la Comisión Nacional para el Desarrollo de la Matemática hemos llegado a los siguientes acuerdos ¹. Debo enfatizar que las proyecciones de las líneas responden al enfoque de nuestros especialistas en nuestro contexto, aunque creo que pudieran extenderse.

Fred Ward



* Instituto de Matemática, Academia de Ciencias de Cuba



"Por su importancia para el desarrollo científico y técnico del país es indispensable desarrollar las siguientes líneas o disciplinas de investigación matemática, en las cuales debe concentrarse el esfuerzo y la orientación (ordenadas alfabéticamente):

Algebra
Análisis Numérico
Ecuaciones Diferenciales
Estadística Matemática
Geometría
Lógica Matemática
Matemática Discreta
Métodos Matemáticos de la Optimización
Probabilidades y Procesos Estocásticos
Teoría de Funciones de Variable Real y Compleja"

Los acuerdos de trabajar en las líneas antes mencionadas se fundamentan en cada caso en las siguientes razones:

Algebra. El álgebra es la rama de la matemática que probablemente tenga más aplicaciones dentro de la misma matemática. Actualmente no hay rama de la matemática que no se vea influenciada por ésta. Por otro lado ella es una de las asignaturas básicas en la formación general de matemáticos, físicos, químicos, ingenieros, cibernéticos, etc., ya sin hablar del álgebra elemental que es necesaria a cada ciudadano de nuestro país para completar sus estudios preuniversitarios.

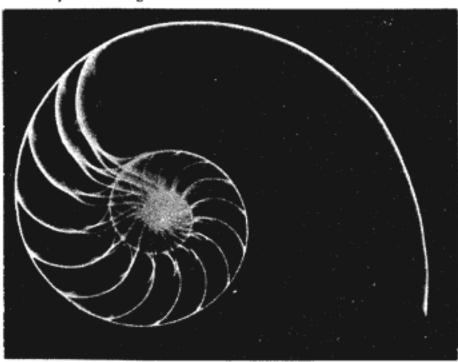
De particular interés consideramos por un lado aquellas ramas del álgebra que tienen aplicaciones a la cibernética y a la computación tales como Teoría de Semigrupos, grupos finitos, cuerpos y polinomios, series formales y otras, y por otro lado aquellas que tienen aplicaciones en problemas de la física y la mecánica tales como Algebra Multilineal, grupos de Lie, representaciones lineales de grupos y otras.

Análisis Numérico. Para esta disciplina se utilizan también otras denominaciones: Matemática Numérica, Métodos de Cálculo o Métodos Numéricos.

La disciplina Análisis Numérico ha cobrado en los últimos años un gran interés gracias al impetuoso desarrollo de los medios de cómputo. La mayoría de los diversos campos de la ciencia y la ingeniería producen actualmente problemas matemáticos para los cuales no hay solución analítica o por el contrario, ésta puede ser obtenida pero de una manera tan complicada que la hace inaceptable para propósitos prácticos. Dentro del Análisis Numérico se han desarrollado métodos nuevos y poderosos para resolver problemas cada vez más complejos. Por otro lado, el desarrollo impetuoso de los medios de cómputo ha impulsado a los matemáticos numéricos a reexaminar los métodos ya existentes desde el punto de vista de cómo hacerlos más racionales en las nuevas computadoras y con ello se han confrontado problemas nuevos y de gran interés.

Dentro de la amplísima gama de posibilidades de empleo de los métodos numéricos para la solución de problemas matemáticos pueden mencionarse la Aproximación de Funciones, la Diferenciación e Integración Numérica, la solución de sistemas de ecuaciones algebraicas o trascendentes, lineales, la so-

Kodak Alphabet & Image



A veces la realidad iguala o supera a la imaginación. He aquí un ser marino cuya forma es semejante a la de una figura geométrica estudiada por los matemáticos. ¿Sabe cuál es?

lución de sistemas de ecuaciones diferenciales ordinarias y en derivadas parciales, la solución de problemas de optimización, etc.

La creación, adaptación a situaciones concretas, implementación en computadoras, y análisis del comportamiento de los errores de los múltiples métodos numéricos en la temática de trabajo o investigación de los matemáticos dedicados a esta disciplina. Su aplicabilidad es evidente en todos los problemas prácticos donde se emplean modelos matemáticos y se deseen obtener resultados numéricos utilizables.

El análisis numérico constituye especialización en los planes de estudio de los matemáticos, cibernéticos y especialistas en computación de todo el mundo.

Especial énfasis queremos hacer en las investigaciones relacionadas con aproximación de funciones, álgebra lineal, ecuaciones no lineales, ecuaciones diferenciales ordinarias, ecuaciones diferenciales en derivadas parciales, problemas de la físicamatemática, métodos de Monte-Carlo, problemas incorrectamente planteados, optimización de los métodos numéricos y problemas prácticos planteados por la ciencia y la técnica.

Ecuaciones Diferenciales e Integrales. La teoría de las ecuaciones diferenciales e integrales constituye una de las más amplias ramas de la matemática contemporánea, excepcionalmente rica por su contenido y que se desarrolla vertiginosamente en estrecha relación con otros dominios de la matemática y sus aplicaciones.

Históricamente, la teoría de las ecuaciones diferenciales ha estado compuesta por dos extensos dominios de la matemática, con sus características y métodos propios de trabajo: las ecuaciones diferenciales ordinarias y las ecuaciones en derivadas parciales.

Al estudiar un fenómeno físico de las ciencias naturales, el investigador crea su idealización matemática, menospreciando las características secundarias del fenómeno, es decir, construye un modelo matemático basándose en las leyes fundamentales que rigen dicho fenómeno. Con mucha frecuencia esas leyes y modelos se expresan en la forma de ecuaciones diferenciales e integrales. Para la composición del modelo matemático en forma de ecuaciones diferenciales, por lo general hace falta conocer solamente relaciones locales, mientras que la introducción de ecuaciones integrales implica la necesidad de información sobre el fenómeno físico como un todo.

Podemos decir que el primer rasgo característico de las ecuaciones diferenciales e integrales es su estrecha vinculación con las aplicaciones ya que su desarrollo teórico surgió de ellas. Precisamente las ciencias naturales son para la teoría de las ecuaciones diferenciales e integrales una fuente inagotable de nuevos problemas, ellas determinan en gran medida la dirección de sus investigaciones y les dan una orientación correcta. Otra particularidad de esta disciplina radica en su estrecha relación con otras secciones de la matemática tales como el análisis funcional, la teoría de funciones, la topología, la geometría, el álgebra, el análisis complejo y la teoría de probabilidades.

Las investigaciones en esta temática estarán dirigidas fundamentalmente a problemas de las ecuaciones diferenciales ordinarias, ecuaciones diferenciales en derivadas parciales, ecuaciones integrales, ecuaciones diferenciales sobre variedades, teoría espectral de operadores diferenciales, problemas de la física matemática, problemas de las ciencias técnicas, problemas que plantean la Biología, la Medicina y otras Ciencias Naturales.

Estadística Matemática. La realización y el análisis de los resultados de los experimentos, es una actividad común e imprescindible en el desarrollo de teorías y sus aplicaciones en las Ciencias Naturales y Técnicas, así como en el proceso de preparación tecnológica de la industria para la introducción de los avances científicos.

Rol similar le corresponde al análisis de los datos ya existentes, en las Ciencias Sociales, la Planificación Económica y la Dirección Científica de la Agricultura.

Los objetivos en relación con el análisis de los datos, ya sean experimentales o simplemente recolectados pueden ser de diversa índole: la comparación de métodos, tratamientos o tecnologías, el pronóstico de indicadores económicos, tecnológicos, agrícolas, etc., en diferentes condiciones o en períodos de tiempo futuro.

Los principios y métodos de la Estadística Matemática constituyen una metodología científica para propiciar la consecución de estos objetivos. Avalada por docenas de años con experiencias positivas en la industria, en las ciencias naturales, agrícolas, médicas, biológicas, etc. La interacción creciente de la estadística con algunas de las ciencias particulares mencionadas, ha dado origen al surgimiento de disciplinas híbridas como la Econometría, la Biometría, la Sociometría, etc.

La base teórica de la Estadística Matemática está dada en la Teoría de Probabilidades de cuyo lenguaje hace uso para formular y resolver sus problemas fundamentales.

Tomado de: Los Insectos, Time Life



La estadística matemática es una disciplina con múltiples aplicaciones al estudiar poblaciones de seres vivos.

Son de interés particular en esta línea los problemas relacionados con la teoría de estimación, teoría de prueba de hipótesis, diseño experimental, teoría del modelo lineal, análisis multivariado, muestreo, métodos no-paramétricos, problemas planteados por la ciencia y la técnica.

Geometría. La geometría ha constituido durante siglos una de las ramas más fecundas de la matemática. En el siglo pasado se inició un gran movimiento de geometrización de las concepciones matemáticas más importantes. Esto provocó el desarrollo impetuoso de la Geometría Diferencial, la Geometría Algebraica y la Topología Algebraica. Uno de los puntos culminantes fue la creación de la Geometría Riemanniana que constituye la base de la Física relativista. Este desarrollo dura hasta estos momentos pudiéndose afirmar que ha sido una característica del desarrollo moderno de la matemática.

Desde hace aproximadamente dos décadas se comenzaron a aplicar técnicas refinadas de la Geometría Diferencial, Geometría Algebraica y Topología Algebraica al estudio de problemas de la Física Moderna. El éxito en estas aplicaciones ha creado todo un movimiento de geometrización de la Física actual.

Los intereses esenciales en esta área los concentramos en la geometría algebraica, la geometría diferencial, la topología algebraica y problemas relacionados con los sitemas dinámicos y aplicaciones en la Ciencia y la Técnica.

Lógica Matemática. La Lógica Matemática es una de las disciplinas básicas de la Matemática por lo que es imprescindible para el desarrollo de la misma en nuestro país, contar con cierta cantidad de especialistas de alto nivel en esta especialidad. Además, si por un lado, en sus orígenes la iógica matemática centraba su atención en problemas de fundamentación de la matemática misma, por otro lado, en la actualidad diversas subespecializaciones de ella constituyen herramientas imprescindibles de trabajo para la cibernética y las ciencias de computación.

Consideramos que dentro de esta disciplina hay tres líneas de trabajo que deben merecer nuestra especial atención.

- Teoría de algoritmos, la cual estudia las diferentes formalizaciones del concepto de algoritmos y sus implicaciones.
 Es a nuestro entender la parte más importante de la lógica matemática en la actualidad.
- Algebra de la lógica, la cual estudia las matrices y funciones de Boole, formas normales, lógicas K-valentes, etc.
 Su importancia radica fundamentalmente en su aplicabilidad a la electrónica, la cibernética y la computación.
- Autómatas y lenguaje, cuyo objeto de estudio son la Teoría de Autómatas y los lenguajes formales.

Esta línea tiene importancia crucial para diferentes esferas de la ciencia aplicada, tales como el diseño de computadoras, la teoría de la programación, el diseño de lenguajes de programación y la construcción de compiladores, el diseño de robots industriales, etc.

Matemática Discreta. A pesar que desde un principio en su desarrollo la matemática siempre contuvo aspectos discretos, es solamente a mediados de este siglo que la matemática discreta comienza a desarrollarse impetuosamente, debido fundamentalmente a las necesidades de la Cibernética y la

Foto: Clyde Hare



Los métodos numéricos son comúnmente aproximaciones a un cierto modelo matemático. Su desarrollo está ligado al de las computadoras.

Computación, ciencias que dieron la posibilidad de procesar grandes volúmenes de información discreta y que a su vez se vieron necesitados de fundamentaciones teóricas.

Actualmente en cualquier especialidad de matemática o cibernética se imparten disciplinas que forman parte de la matemática discreta. En Cuba el desarrollo de esta disciplina es muy incipiente desde el punto de vista teórico, aunque se realizan múltiples y variadas aplicaciones de esta teoría en distintos organismos del país.

La parte más desarrollada y básica de toda la matemática discreta es el Análisis Combinatorio. Esta disciplina que también se conoce como "Combinatoria" en el sentido clásico o como Teoría de Conteo es la que permite por lo general, descubrir las propiedades más importantes y profundas que se necesitan para resolver problemas discretos.

Especial interés tiene en la actualidad la utilización de estas herramientas para el análisis de los Algoritmos Combinatorios, el estudio de los cuales constituye una linea que desempeña un papel cada vez más importante en las ciencias de computación.

La Teoría de Grafos y Redes desempeña un papel fundamental en la solución de problemas de transporte, comunicaciones, económicos-matemáticos, etc.

Gran actualidad tiene el estudio combinatorio de los *Poliedros* por las distintas aplicaciones que éstos tienen en problemas algorítmicos de la optimización discreta, en especial en los problemas de programación lineal y entera. Gran importancia reviste la teoría de conjuntos ordenados, retículos finitos y en general la Combinatoria Algebráica.

La investigación en problemas matemáticos discretos del Reconocimiento de Patrones y de la Inteligencia Artificial deben ser de las líneas que a más corto plazo rindan frutos prácticos.

Actualmente son conocidas múltiples aplicaciones de esta disciplina en medicina, sociología, robótica, prospección geológica, análisis de señales, levantamiento de mapas, análisis de



El modelo matemático para describir el movimiento del agua o cualquier otro líquido es una ecuación diferencial parcial y no lineal. He aquí cómo un fenómeno cotidiano induce una posible rama de investigación en matemáticas.

escenas y voces, etc. Es de destacar además, que se preveé que las computadoras de las subsiguientes generaciones tendrán por fuerza que estar fundamentadas en los resultados de esta línea de trabajo.

Otras líneas importantes que son por su contenido parte de la matemática discreta no las mencionamos aquí porque tradicionalmente se han considerado como parte de la lógica matemática (álgebra de la lógica, autómatas y lenguajes) o del álgebra (semigrupos finitos, grupos finitos, etc.).

Los trabajos priorizados en esta línea se dirigirán a la solución de problemas de análisis combinatorio, teoría de grafos, teoría de algoritmos combinatorios, reconocimiento de patrones, teoría de códigos, teoría de programación y en especial elaboración de sistemas de programas basados en algoritmos lógico-combinatorios y sus aplicaciones en otros campos de la ciencia y la técnica.

Métodos Matemáticos de la Optimización. En prácticamente todas las esferas de la actividad humana es siempre necesario tomar las mejores decisiones, o como suele decirse, las decisiones óptimas. Como toda la Matemática Aplicada, esta rama ha tenido un desarrollo vertiginoso paralelo al desarrollo de las computadoras electrónicas, mutuamente interactuando ambos desarrollos. Su objeto de estudio son los modelos matemáticos que reflejan sistemas para los cuales se desea obtener una solución óptima respecto a uno o más criterios u objetivos prefijados.

Los principales campos de trabajo en la Optimización Matemática son la Teoría del Control Optimo de Sistemas Dinámicos, la Programación Matemática y la Teoría de Juegos. Una considerable cantidad de resultados matemáticos y aplicaciones prácticas ha tenido lugar en los últimos 40 años. Las aplicaciones se han extendido a casi la totalidad de esferas científicas y sociales con resultados extraordinarios en la eficiencia de los sistemas. No obstante, sigue siendo un campo muy actual de la matemática en pleno desarrollo y con muchos problemas abiertos, planteados por las nuevas aplicaciones y el desarrollo de las computadoras.

Están en el centro de nuestros intereses los problemas relacionados con la programación lineal, programación no-lineal, programación discreta, programación multiobjetivo, programación de control de sistemas de ecuaciones diferenciales ordinarias, teoría de control de sistemas discretos, teoría de control con sistemas con parámetros distribuidos, teoría de control de sistemas estocásticos, juegos diferenciales y aplicaciones en la ciencia y la técnica.

Probabilidades y Procesos Estocásticos. La teoría de las Probabilidades estudia las regularidades de los fenómenos aleatorios (casuales). Los orígenes de la disciplina se remontan al siglo XVII, pero su desarrollo como teoría ha tenido lugar durante el presente siglo y está estrechamente vinculado por una parte al desarrollo de otras disciplinas matemáticas, en particular el Análisis Matemático y por otra el desarrollo de las Ciencias Naturales.

La Teoría de los Procesos Estocásticos, en nuestra opinión, es la dirección fundamental de desarrollo de la disciplina en el momento actual; estuvo estrechamente vinculada a la solución de problemas concretos de la Física, la Biología, y las Ciencias Técnicas. Los resultados de esta Teoría se aplican ahora en el estudio de diversos problemas de la Física Nuclear, la Medicina, la Economía, la Sociología, etc.

Las amplias posibilidades de aplicación de los métodos de la Teoría de Probabilidades, así como las necesidades de nuevos resultados para el desarrollo de otras disciplinas matemáticas, estrechamente relacionadas con la Teoría de Probabilidades, como son la Estadística Matemática, la Programación Estocástica, la Teoría de Colas, etc., hacen imprescindible la creación de grupos dedicados al desarrollo de esta disciplina.

Los estudios fundamentales estarán vinculados a los procesos de ramificación, series cronológicas, teoría de colas, teoría de confiabilidad y aplicaciones en la Biología, la Medicina, la Economía y otras ramas.

Teoría de funciones de variable real y compleja. Esta es una disciplina sumamente amplia y clásica. Se encuentra ubicada en el contexto de varias asignaturas de carácter básico-específico de la Licenciatura en Matemática, como son la Teoría de la Medida y la Variable Compleja, y en cursos optativos relativos a la Teoría de la Aproximación.

En realidad sus límites no están precisados, pues es base teórica de muchas subespecializaciones, tales como Análisis Numérico y Análisis Armónico. A su vez, utiliza las técnicas generales del Análisis Matemático, en particular del Análisis Funcional. Se aplica continuamente en problemas disímiles, casi siempre de manera indirecta. Los problemas fundamentales que se abordarán están en el marco de la teoría de aproximación, el análisis armónico, la teoría espectral de operadores, el álgebra de Banach, la teoría de representaciones, la teoría de potenciales, los problemas de contorno de las funciones analíticas, representaciones integrales de funciones analíticas y aplicaciones en la ciencia y la técnica.

Como se puede observar en la Figura 2, esta proyección coincide en gran medida con la concepción que sobre la estructura actual de la Matemática y sus aplicaciones propone el Académico Iliev, de la Academia de Ciencias de Bulgaria 16.



Josep Renau

Es importante subrayar que esta proyección tanto en relación con las líneas como con las temáticas que en ella se desarrollarán no excluye la posibilidad de trabajar en otras líneas y/o en otras temáticas. Sólo pretendemos resaltar la importancia de las aquí mencionadas para nuestra concepción de desarrollo de la Matemática en nuestro contexto.

Conclusiones. Si tenemos en cuenta las condiciones objetivas y subjetivas existentes en Cuba el 1o. de enero de 1959, las circunstancias de bloqueo, de plaza sitiada, en las que hemos tenido que trabajar durante más de 26 años y los resultados alcanzados, podemos considerar satisfactorio el trabajo realizado en Matemática y óptimas las condiciones actuales para iniciar un proceso vertiginoso de ascenso cuantitativo y cualitativo.

Un instrumento de vital importancia para el desarrollo de las investigaciones matemáticas en nuestro país lo constituye el de la Política Científica para el Desarrollo de la Matemática hasta el año 2000. Su implementación práctica mediante una Comisión Nacional de Matemática, respaldada por todos los matemáticos y centros de Matemática del país, garantizarán los resultados esperados. Como diría en su discurso de apertura del I Congreso Nacional de Matemática el entonces presidente de la Academia de Ciencias de Cuba, Dr. Wilfredo Torres Yribar: "...es importante que todo este potencial científico conjugue sus esfuerzos en aras de un uso más efectivo del mismo. Es imprescindible que exista una mayor colaboración, una mejor organización del desarrollo de la Matemática de nuestro país, de forma tal que se coordinen todas las acciones, que no se dupliquen esfuerzos innecesariamente y que se seleccionen adecuadamente las temáticas acorde con nuestras condiciones y posibilidades. Pensamos que la Sociedad Cubana de Matemática puede desempeñar un importante papel en este sentido. Es necesario que todos, además, colaboremos con la Sociedad para que ésta cumpla cabalmente con su objetivo."22

Considero que estas ideas pudieran ser extendidas a Centro América y el Caribe, a América Latina y al Tercer Mundo en general. Coincido con la Dra. Ana Lydia Brizuela cuando afirma: "Existe el potencial material y humano para convertir la cooperación entre nuestros países en un poderoso factor dinámico para contribuir a nuestro desarrollo autónomo e integral" 19.

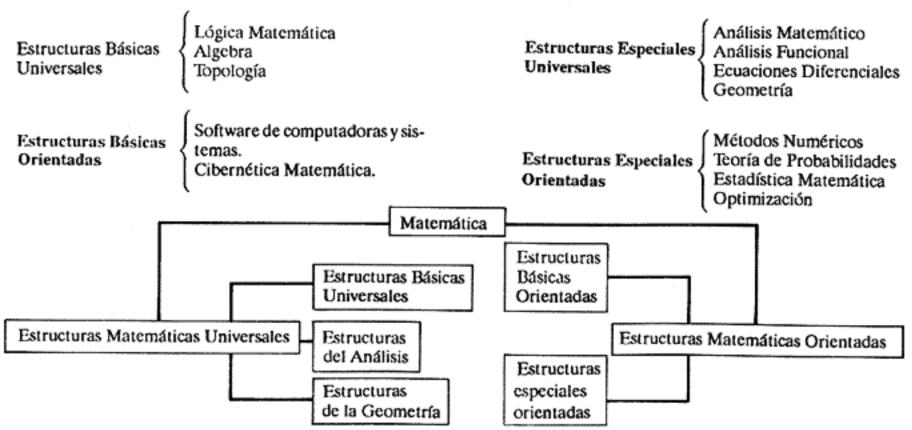


Figura 2. Estructura de la Matemática (en la actualidad y sus aplicaciones).

Pienso que Centro América y el Caribe, que América Latina, que el Tercer Mundo están urgidos de acciones encaminadas a un uso más racional y eficiente de los recursos materiales y sobre todo de los humanos, de la inteligencia diseminada en todos nuestros pueblos. Estoy persuadido que será esta una de las primeras preocupaciones de la naciente Federación Centroamericana y del Caribe de Matemática, que será también preocupación de la Federación Latinoamericana de Matemática y que cuando la organicemos, también la Federación del Tercer Mundo de Matemática abordará esta cuestión. Creo que se han ido creando todas las condiciones objetivas y subjetivas que facilitarán estos hechos. Estamos obligados a ser altamente eficientes y sustituir la cantidad con calidad, organización y colaboración.

¡Unámonos pues, centroamericanos, caribeños, latinoamericanos, tercer mundistas, con inteligencia y dedicación, en la obra de desarrollar la Matemática en nuestros pueblos!

BIBLIOGRAFIA CONSULTADA

- Gómez Montenegro, A., L. Alvarez Díaz. Direcciones principales de la matemática de cómputo que se han conformado hasta el momento en el mundo.
- Sánchez, G.J., L. Lera M., S. Ayvagner, L. Carlos. Estadística Matemática.
- Ruiz Shulcloper, J. Reconocimiento de patrones: Teoría y Práctica.
- Arocha, P. J.L. Teoría Combinatoria.
- Fraguela Collar, A., M. López M. Línea de ecuaciones diferenciales y problemas de la física matemática.
- Gómez Fernández, J. A. Acerca de las aplicaciones de la Teoría de control.
- Plá García, H., J. Estrada S., M. Estrada V. Algebra y Geometría.
- Gómez F. J. A. Métodos de Optimización.
- Fraguela C., A. Tendencia del desarrollo de la Matemática en la actualidad.
- 10. Hernández, G. N. Estadística Matemática.
- 11. Guerra Vázquez, F. Programación Matemática.
- Lópcz, L. G. Teoría de Funciones.
- 13. Sánchez F. C. Análisis Funcional.
- Nuñez, J. A. 1972. Academia de Ciencias de Cuba: Nacimiento y Forja. La Habana, Cuba.
- 15. Centro de Estudios de Historia y Organización de Ciencias "Carlos J. Finlay". 1982. Documentos para la Historia de la Real Academia de Ciencias Médicas, Físicas y Naturales de

Josep Renau





Fred Ward

La optimización de recursos en el transporte de azúcar de los centros de producción hacia los sitios de embarque es un problema que se aborda en una rama de las matemáticas: la investigación de operaciones

la Habana. Editorial Academia. Cuba.

- ILiev, L. 1985 Mathematics and Development, Methodological Problems, Essays. Publishing House or the Bulgarian Academy of Sciences. Sofia.
- Brizuela, V.A.L., E. Fernández S. 1984. El papel de la Universidad en el desarrollo científico. Revista PLANIUC. Universidad de Carabobo Año 3, No. 6. Julio – Diciembre. pp. 167- 187.
- Tedesco, J.C. 1983. Tendencias y perspectivas en el desarrollo de la Educación Superior en la América Latina y el Caribe. Cuadernos sobre la Educación Superior No. 3 UNESCO.
- Ruiz Schucloper, J. 1982. Los estudiantes: una fuerza productiva en el trabajo científico-técnico. Evento Científico Metodológico de la Universidad de La Habana.
- Comisión Nacional para el Desarrollo de la Ciencias Básicas. 1985. Informe sobre la proyección de la Matemática en Cuba hasta el año 2000.
- Torres, Y. W. 1982. Discurso pronunciado en el acto de inauguración del I Congreso Nacional de Matemática. Cuba.
- Olivera, M. O. 1982. Discurso pronunciado en el acto de clausura del I Congreso Nacional de Matemática. Cuba. (