

# REVISTA AIDIS

de Ingeniería y Ciencias Ambientales:  
Investigación, desarrollo y práctica.

## ANÁLISE DE RISCO NA CONCESSÃO DE OUTORGA DE LANÇAMENTOS DIFUSOS DE POLUENTES EM RIOS, ATRAVÉS DE UM MODELO FUZZY DE TRANSPORTE DE MASSA

\*Sílvia Helena Lima dos Santos<sup>1</sup>  
Ada Amelia Sanders Lopes<sup>1</sup>  
Patrícia Freire Chagas<sup>2</sup>  
Raimundo Oliveira de Souza<sup>3</sup>

*RISK ANALYSIS ON THE CONCESSION GRANTING,  
CONSIDERING NON POINT SOURCE DISCHARGE OF  
POLLUTANT IN RIVER, BY A FUZZY MASS TRANSPORT  
MODEL*

*Recibido el 3 de septiembre de 2015; Aceptado el 21 de marzo de 2016*

### Abstract

This research developed a methodology, based on application of fuzzy theory in the pollutant transport models, to study the fuzzy risk of contamination, in awarding grants for diffuse effluents discharge into rivers. In such way, the differential equations of the transport model are transformed into fuzzy differential equations, so that, the field of concentrations, represented by the mathematical model is transformed into fields of concentration membership functions. The study makes use of parameters defined in the law to establish the class of the river, so that, it calculates, for each type of release, the risk and its assimilative capacity of the river to receive effluents. The results have shown that the fuzzy theory can become a safe alternative to help control pollution of rivers in general, providing, in such way, subsidies for resources management.

**Key Words:** allocation of grant, water quality modeling, fuzzy risk.

<sup>1</sup> Universidade da Integração Internacional da Lusofonia Afro-Brasileira, Brasil.

<sup>2</sup> Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Brasil.

<sup>3</sup> Universidade Federal do Ceará, Brasil.

\*Autor correspondente: Universidade da Integração Internacional da Lusofonia Afro-Brasileira, Instituto de Engenharias e Desenvolvimento Sustentável, Unidade Acadêmica Palmares, Rodovia CE 060-Km51. CEP: 62785-000 – Acarape – Ce – Brasil.  
Email: [silvia.santos@unilab.edu.br](mailto:silvia.santos@unilab.edu.br)

## Resumo

Este trabalho desenvolveu uma metodologia, com base na aplicação da teoria *fuzzy*, em modelos de transporte de poluentes, para estudar o risco *fuzzy* de contaminação, na concessão de outorga para lançamentos de efluentes de natureza difusa em rios. Para isso, as equações diferenciais do modelo de transporte são transformadas em equações diferenciais *fuzzys*, de modo que o campo de concentrações representado pelo modelo matemático seja transformado em campos de funções de pertinências de concentrações. O estudo se utiliza de parâmetros definidos na lei para estabelecer a classe do rio e, assim, calcular, para cada tipo de lançamento, o risco de contaminação e a capacidade de assimilação do mesmo. Os resultados mostraram que a teoria *fuzzy* pode se tornar uma alternativa segura no auxílio do controle de poluição dos rios em geral, fornecendo, assim, fundamentos para a gestão dos recursos hídricos.

**Palavras-chave:** concessão de outorga; modelagem de qualidade de água; risco fuzzy.

---

## Introdução

A Política Nacional de Recursos Hídricos, instituída no Brasil pela Lei Federal 9.433, de 08 de janeiro de 1997, é uma importante ferramenta legal para o gerenciamento da água, pela qual é sugerida a utilização de modelos matemáticos e computacionais no suporte à decisão entre alternativas de gestão ou de uso dos recursos hídricos.

Como todo sistema natural, os sistemas hídricos são complexos e seu entendimento envolve a interação entre diversos ramos da ciência, tais como hidrologia, hidráulica e transporte de massa. Deste modo, a modelagem de um processo físico, presente em um sistema hídrico qualquer não se constitui uma tarefa simples.

Outro aspecto que deve ser levado em conta nesta modelagem são as incertezas presentes. Estas estão relacionadas com os dados, com as medições dos parâmetros, com os métodos de análises e até mesmo com as aproximações das soluções. Desta forma, a análise de incertezas tem um papel fundamental na gestão de recursos hídricos bem como a técnica apropriada para lidar com o problema constitui-se nos fundamentos da análise de risco.

Uma metodologia que está começando a ser usada nos estudos das incertezas e na análise de risco em recursos hídricos é a teoria fuzzy. Esta teoria, desenvolvida nos anos 60, vem se tornando uma ferramenta útil para a análise desta classe de problema, por não depender de um banco de dados tão completo.

A grande dificuldade com relação à aplicação da teoria fuzzy nos problemas ambientais reside no fato de que as equações diferenciais que governam os processos de transporte da massa de poluentes precisam ser “fuzzificadas”. Isto quer dizer, em outras palavras, que essas equações diferenciais têm que ser transformadas em novas equações diferenciais com características

“fuzzy”. Evidentemente que esta transformação ainda se encontra em fase de desenvolvimento em sua estrutura matemática.

Este trabalho desenvolveu uma metodologia que combinou a teoria fuzzy com os processos de transporte de poluentes e a legislação brasileira, para estudar o risco fuzzy de contaminação de rios naturais, na concessão de outorga considerando lançamentos difusos de efluentes.

### Metodologia

Segundo Saavedra (2003), a lógica convencional trata as informações de modo binário, classificando-as como verdadeiras ou falsas. Talvez a definição desses dois estados da informação, em alguns casos, seja suficiente, porém, muitas experiências humanas necessitam de uma manipulação mais abrangente do que o simples tratamento de falso ou verdadeiro, sim ou não, certo ou errado.

Um fator eminente dessa teoria é a sua capacidade de capturar conceitos intuitivos, além de considerar aspectos psicológicos utilizados pelos seres humanos em seu raciocínio usual, evitando que sua representação seja engessada por modelos tradicionais (Oliveira, 1999).

A lógica *fuzzy* ou nebulosa é baseada no uso de aproximações, ao contrário da exatidão, com que se está naturalmente acostumado a trabalhar. O princípio fundamental da teoria *fuzzy*, princípio da dualidade, estabelece que dois eventos opostos possam coexistir, isto é, um elemento pode pertencer, com um certo grau, a um conjunto e, em um outro grau, a um outro conjunto. Nota-se isso em vários casos na natureza e na vida cotidiana, principalmente quando se tratam de conceitos abstratos como beleza, conforto, etc... Por exemplo, uma pessoa pode achar que está calor, enquanto outra, no mesmo ambiente, acha que está frio.

Os conjuntos *fuzzy* podem ser encarados como uma extensão da teoria clássica dos conjuntos (conjuntos crisp), cujos valores variam no intervalo entre 0 (zero) e 1 (um). Ou seja, uma regra pode ter resultados 100% falsos e 100% verdadeiros, ou um resultado entre esse intervalo, por exemplo: 60% verdadeiro.

Bogardi e Duckstein (2002) aplicaram os conceitos da teoria *fuzzy*, para gerenciar o risco de enchentes, em sistemas com alto grau de incertezas. Neste caso, foram identificados quatro elementos fundamentais para modelar o problema: 1) exposição do sistema, L; 2) a resistência do sistema, C; 3) falha no sistema, L>C e 4) consequência da falha. Ao final do estudo, identificou-se a ação preferencial para evitar consequências indesejáveis tanto do ponto de vista econômico, como ecológico.

O conceito fundamental dos conjuntos *fuzzy* é suavizar esta restrição, já que esta teoria possibilita a existência de um grau de pertinência para cada elemento de um determinado conjunto. A pertinência de um elemento em um determinado conjunto ocorre de modo gradativo. Nos casos extremos o grau de pertinência é 0, caso ele não pertença ao conjunto ou o grau de pertinência é 1, caso em que o elemento pertença 100 % ao conjunto. Desta forma, um conjunto *fuzzy* surge a partir da expansão de um conjunto tradicional, passando a incorporar incertezas (Lima, 2002).

Normalmente, uma função de pertinência está na forma  $\tilde{A}: X \rightarrow [0,1]$ . Assim sendo, qualquer função assim representada pode ser associada a um conjunto *fuzzy*, dependendo dos conceitos e das propriedades que se deseja representar, considerando-se, ainda, o contexto no qual o conjunto está inserido. Um conjunto *fuzzy* é um conjunto de pares ordenados onde o primeiro elemento é  $x \in X$  e o segundo é a função de pertinência  $\mu_{\tilde{A}}(x)$  que mapeia  $x$  no intervalo  $[0,1]$ . Assim, a representação de um conjunto *fuzzy* é matematicamente definida por:

$$\tilde{A} = \{(x, \mu_{\tilde{A}}(x)) | x \in X; \mu_{\tilde{A}}(x) \in [0,1]\} \quad \text{Equação (1)}$$

Onde  $\mu_{\tilde{A}}(x)$  é o grau de pertinência de  $x$  no conjunto  $\tilde{A}$

#### Formulação do Modelo Matemático

A solução do modelo matemático proposto, em uma forma *fuzzy*, representa um grande desafio. Como se sabe, a equação da difusão advectiva é uma equação diferencial parcial, cuja solução analítica só é possível para condições de contorno e condições iniciais simples. Para os casos mais comuns presentes no meio ambiente, há a necessidade de uma solução numérica, nos processos de solução do modelo.

De qualquer maneira, este modelo terá que ser resolvido para que haja sucesso na avaliação do risco e da confiabilidade ambiental neste corpo hídrico.

A formulação do modelo matemático consiste em tomar como base um volume de controle, e combinar as teorias acima citadas, de modo que seja possível se chegar à equação geral da difusão advectiva, definida pela equação diferencial abaixo:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + U \frac{\partial C}{\partial x} = \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial x} (AE \frac{\partial C}{\partial x}) \pm KC + S_d \quad \text{Equação (2)}$$

Onde  $C$  é concentração média em cada seção:  $[ML^{-3}]$ ;  $U$  é velocidade média em cada seção do rio:  $[LT^{-1}]$ ;  $A$  é área da seção transversal:  $[L^2]$ ;  $E$  é coeficiente de dispersão longitudinal:  $[L^2T^{-1}]$ ;  $K$  é coeficiente de decaimento da substância:  $[T^{-1}]$ .

Aplicando a teoria *fuzzy* na Equação (3.1), a mesma pode ser “fuzzificada” e transformada na seguinte formulação.

$$\frac{\partial \tilde{C}}{\partial t} + \tilde{u} \frac{\partial \tilde{C}}{\partial x} = \frac{1}{\tilde{A}} \frac{\partial}{\partial x} \left( \tilde{E} \tilde{A} \frac{\partial \tilde{C}}{\partial x} \right) \pm \tilde{K} \tilde{C} + \tilde{S}_D \quad \text{Equação (3)}$$

Onde

$\tilde{A}$  : função de pertinência para a área transversal;

$\tilde{C}$  : função de pertinência para a concentração;

$\tilde{u}$  : função de pertinência para o campo de velocidade longitudinal;

$\tilde{E}$  : função de pertinência para o coeficiente de dispersão longitudinal;

$\tilde{K} \tilde{C}$  : função de pertinência para o decaimento;

$\tilde{S}_D$  : função de pertinência para o lançamento difuso.

A Equação 3 precisa ser resolvida para se obter o campo de concentração, em sua forma de funções de pertinências que permitiram a determinação do risco e da garantia em todos os pontos do domínio definido no estudo e em todos os intervalos de tempo considerados.

De acordo com Ganoulis (1994), se um evento, ou realização de um processo, é descrito por meio da lógica *fuzzy*, então a confiabilidade deste evento pode ser calculada como um número *fuzzy*. Considera-se que o sistema tem uma resistência  $\tilde{R}$  e uma carga  $\tilde{L}$ , ambas representadas por números *fuzzy*. Uma medida de confiabilidade, ou uma margem de segurança que também caracteriza o desempenho do sistema, pode ser definida pela diferença entre a carga e a resistência. Esta diferença também é um número *fuzzy*, dado por:

$$\tilde{M} = \tilde{R} - \tilde{L} \quad \text{Equação (4)}$$

Tem-se para cada função um intervalo de nível h:

$$\tilde{M}(h) = \tilde{R}(h) - \tilde{L}(h) \quad \text{Equação (5)}$$

Onde:

$$\tilde{R}(h) = [\tilde{R}_1(h), \tilde{R}_2(h)] \quad \text{Equação (6)}$$

$$\tilde{L}(h) = [\tilde{L}_1(h), \tilde{L}_2(h)] \quad \text{Equação (7)}$$

A medida marginal de segurança  $\tilde{M}$  tem as possíveis condições:

Falha:  $\tilde{M}(h) < 0$

Confiabilidade:  $\tilde{M}(h) \geq 0$

Para Chagas (2005), os índices fuzzy de confiabilidade e de falha são funcionais e dependem de várias funções como variáveis independentes que podem ser definidas como da seguinte forma:

Índice de confiabilidade, ou garantia fuzzy:

$$R_c = \frac{\int_{Z>0} \mu_{\tilde{M}}(m) dm}{\int_Z \mu_{\tilde{M}}(m) dm} \quad \text{Equação (8)}$$

Índice de falha, ou risco fuzzy:

$$R_f = \frac{\int_{Z<0} \mu_{\tilde{M}}(m) dm}{\int_Z \mu_{\tilde{M}}(m) dm} \quad \text{Equação (9)}$$

Onde

$\mu_{\tilde{M}}$  : representa a função de pertinência;

m: representa um número real associado à função marginal de segurança.

Aplicando o método das diferenças finitas à Equação 3, e fazendo as devidas simplificações tem-se a equação matricial abaixo:

$$\tilde{A}(\alpha)\tilde{C}_{i-1}^{j+1}(\alpha) + \tilde{B}(\alpha)\tilde{C}_i^{j+1}(\alpha) + \tilde{D}(\alpha)\tilde{C}_{i+1}^{j+1}(\alpha) = \tilde{F}_i^j(\alpha) \quad \text{Equação (10)}$$

Onde: A, B, D são os coeficientes “fuzzys” da matriz [M],  $\tilde{F}_i^j$  é o vetor com todas as informações conhecidas, e  $\tilde{C}(\alpha)$  é o vetor solução do modelo para cada ponto do domínio e para cada tempo considerado.

De forma mais compacta tem-se:

$$[\tilde{\varphi}(\alpha)][\tilde{C}(\alpha)] = [\tilde{F}(\alpha)] \quad \text{Equação (11)}$$

Onde:  $\alpha$  é o nível de pertinência considerado.

A solução da equação matricial *fuzzy*, Equação 11, fornece os valores das concentrações em forma de funções de pertinência.

Com a solução do modelo proposto, pode-se determinar o risco de falha e a confiabilidade através das equações 8 e 9, tomando para a resistência os valores de concentrações definidos pela resolução CONAMA 357/2005, conforme a tabela abaixo:

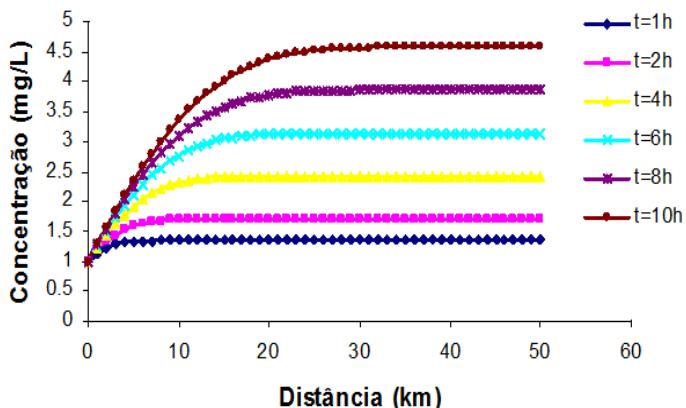
**Tabela 1.** Parâmetros DBO e OD permissíveis segundo a Resolução CONAMA 357/2005.

Parâmetro	Doces				Salinas				Salobras				
	Esp.	1	2	3	4	Esp.	1	2	3	Esp.	1	2	3
DBO (mg O <sub>2</sub> / L)	-	< 3	< 5	< 10	-	-	-	-	-	-	-	-	-
OD (mg O <sub>2</sub> / L)	-	> 6	> 5	> 4	> 2	-	> 6	> 5	> 4	-	> 5	> 4	> 3

## Resultados

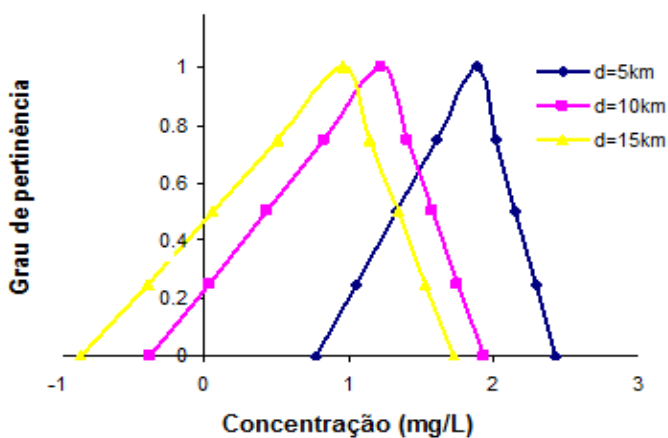
Após o desenvolvimento do programa computacional, em linguagem FORTRAN, onde foram estruturadas várias sub-rotinas, dispostas sequencialmente com vistas a obtenção de alguns resultados, um conjunto de simulações foi realizada. Inicialmente, foi considerado um rio com declividade, na sua forma *fuzzy*, definida por [0.0000375; 0.00005; 0.0000625], coeficiente de rugosidade de Manning, também em sua forma *fuzzy*, definida por [0.0375; 0.05; 0.0675], largura do canal de 20 metros e vazão de 20 metros cúbicos por segundo. A concentração inicial do poluente, no rio, foi considerado de 1 mg/L. Nesta primeira simulação foi considerado um lançamento instantâneo de 100mg/L, proveniente de um efluente, de uma substância conservativa, com derramamento ocorrido em uma seção a 10 Km da origem. O objetivo desta simulação é, apenas, para verificar o comportamento do programa computacional com relação a uma situação conhecida na literatura, onde a solução analítica pode ser comprovada.

A Figura 1 mostra o perfil de concentração, para este tipo de lançamento, para diferentes tempos e para uma substância conservativa. Como podem ser observados, esses perfis são crescentes até atingir um ponto de estabilidade, onde o perfil se torna “quase horizontal”. Na verdade, o perfil de cargas difusas só é horizontal quando a substância é não conservativa. Neste caso, o modelo se aproxima de uma ordenada igual à  $S_D/K$ , onde  $S_D$  é a taxa de concentração difusa que é lançada, e  $K$  é o coeficiente de decaimento da substância considerada. Uma análise mais criteriosa pode mostrar que, para este tipo de lançamento, as regiões mais críticas são as mais distantes da origem, onde o risco de falha do sistema é maior.



**Figura 1.** Distribuição da concentração para um lançamento de uma carga difusa ao longo do canal para uma substância conservativa

A Figura 2 comprova o que foi dito anteriormente com relação ao deslocamento das funções marginais de segurança, para maiores distancias da origem, para a esquerda. Como pode ser observado através da figura, para uma distancia de 15 km, a função de pertinência se encontra bem mais a esquerda do que a marginal de segurança na seção 5 km da origem, para o mesmo tempo. Este deslocamento faz com que o risco de falha aumente.



**Figura 2.** Função marginal de segurança para diferentes seções em  $t = 6h$



As Figuras 3 mostra os perfis do risco, em diferentes tempos, como função da distância. Este resultado comprova o que foi previsto na análise anterior. Como pode ser observado, a partir de 10 km, o risco sofre um incremento positivo na medida em que se afasta da origem. Na mesma escala, nota-se que a garantia sofre um incremento negativo, como estava prevista pela análise anterior. Este resultado mostra a eficiência da metodologia proposta, onde uma combinação dos princípios de transporte de massa, juntamente com a associação da teoria fuzzy, permite que medidas de controle para concessão de outorga possa ser mais bem avaliadas.

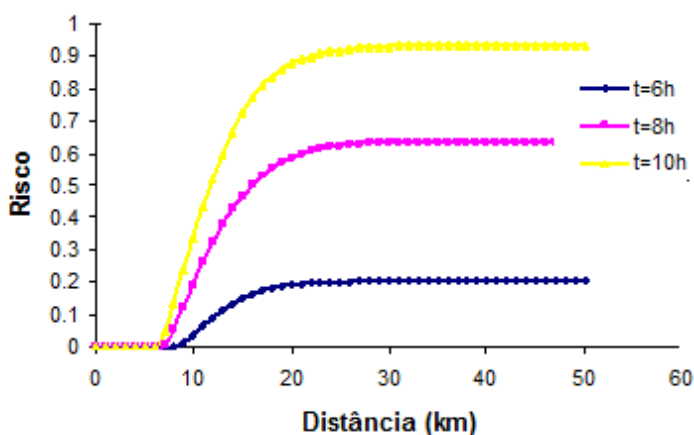


Figura 3. Comportamento do risco com a distância em diferentes tempos

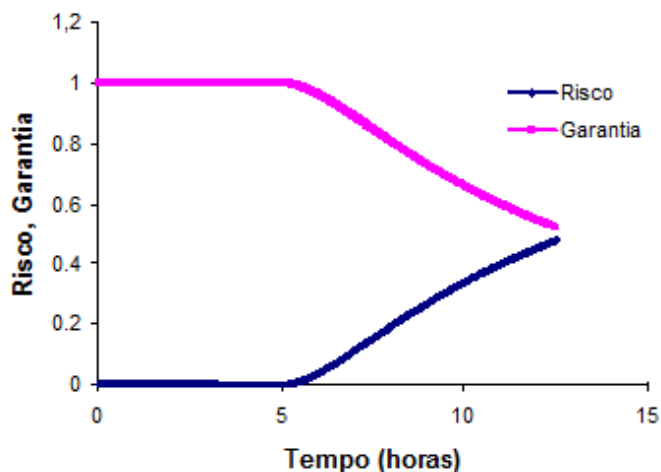


Figura 4. Comportamento do risco e da garantia ao longo do tempo para um lançamento de uma carga difusa ao longo do canal para uma substância conservativa

A Figura 4 compara as variações do risco e da garantia, como função do tempo, em uma seção a 10 km da origem. Este resultado mostra como esses funcionais se comportam em cada seção do canal, variando de acordo com o comportamento da nuvem poluente e suas concentrações. Desta forma, pode-se dizer que o risco e a garantia são dependentes diretos do comportamento do campo de concentração que, por sua vez, representa uma resposta do corpo hídrico e sua capacidade de diluição, a um determinado lançamento.

Como pode ser visto a aplicação da Teoria Fuzzy em formulações relacionadas com o Transporte de Massa, pode se transformar em uma alternativa viável na avaliação do risco de falha de sistemas hídricos, sujeitos a lançamentos de efluentes. A transformação das Equações Diferenciais que governam os processos de transporte, em Equações Diferenciais *Fuzzy*, é uma forma de se estudar soluções para esta classe de equações, onde o caráter *fuzzy* é dado às variáveis de controle.

Com isso, é possível encontrar soluções em forma de funções de pertinência para a concentração de agentes poluentes e, com isso, estabelecer um novo caminho para o estudo da Análise de Risco em Engenharia e, assim, trazer novas alternativas para os estudos da Gestão dos Recursos Hídricos.

### Conclusões

Após a aplicação do modelo proposto em um rio natural sujeito a lançamentos de efluentes, uma análise foi realizada com vistas à concessão de outorga de lançamentos. A aplicação da formulação fuzzy na Equação de Balanço de Massa mostrou-se eficiente no cálculo do risco e da garantia, os quais representam medidas de controle para o sistema hídrico em questão. Com isso, a análise dos resultados permitiu chegar às seguintes conclusões:

- O uso da teoria *fuzzy* em modelos de balanço de massa, que permite transformar esses modelos em equações diferenciais *fuzzys*, quando tratado adequadamente permite que se obtenham Funções de Pertinências para as variáveis de controle. No caso do estudo em questão, a variável de controle é a concentração do poluente que é lançado em um corpo hídrico. Desta forma, a metodologia proposta permite que se determinem campos de concentração, em sua forma *fuzzy*, que permite que se desenvolvam métodos de cálculo dos campos de risco e de garantia, em toda a extensão do corpo hídrico;
- Os resultados mostraram que o risco de falha para um determinado rio, que recebe lançamentos de efluentes, proveniente de concessões de outorga, depende do tipo de lançamento, bem como da concentração dos efluentes que estão sendo lançados. Por exemplo, as simulações mostraram que, para lançamentos instantâneos e pontuais, o campo de risco que se estabelece é mais intenso na região do lançamento e nos

primeiros tempos. Depois de algum tempo, com o desenvolvimento dos processos de dispersão e decaimento, este campo de risco diminui, o que permite concluir que um rio pode estar poluído nos primeiros instantes de um determinado lançamento, mas pode se recuperar através de um processo de autodepuração;

- Finalmente, o estudo mostrou que a metodologia proposta pode se tornar em uma alternativa concreta no controle de lançamentos de efluentes em rios naturais, oriundos de concessão de outorga e, assim, permitir uma melhor eficiência nos processos da Gestão dos Recursos Hídricos.

### Referências bibliográficas

- Bogardi, I., Duckstein, L. (2002) The Fuzzy Logic paradigm of risk analysis. In: *Risk Based Decision making in water Resources X*. Santa Barbara, California. New York, ASCE.
- Brasil. Resolução CONAMA nº 357, (2005) Brasília.
- Chagas, P.F. (2005) Perspectivas da aplicação da teoria fuzzy para o cálculo de Risco em sistemas hidrodinâmicos. 140f. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Departamento de Engenharia Hidráulica e Ambiental, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza.
- Ganoulis, J.G. ( 1994) Engineering risk analysis of water pollution: Probabilities and fuzzy, set, VCH Publishers Inc, Weinheim, New York; Basel, Cambridge, Tokyo.
- Lima, O.S.J. (2002) Análise de pontos por função fuzzy. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Software) – Universidade de Fortaleza, Fortaleza. 166pp.
- Oliveira, J.R., Hime, A. (1999) Lógica Difusa: Aspectos Práticos e Aplicações. Rio de Janeiro: Ed. Interciência, 192 pp.
- Saavedra, O.R. (2003) Introdução aos conjuntos difusos – Notas de aula – Inteligência Artificial, Universidade Federal do Maranhão.