

# Identidad y substitución

Raúl QUESADA

Frases impecables desde el punto de vista gramatical pero enteramente desprovistas, no diré de significado, porque bien examinado sí tenían alguno, y a veces varios, pero de fundamento.

Beckett

En *Principia mathematica*, Russell<sup>1</sup> ofrece una definición de la identidad que establece que  $x$  y  $y$  son idénticas cuando todas las propiedades de la una lo son de la otra, esto es, define la identidad en términos de la comunidad de propiedades. Consecuentemente, esta caracterización puede escindirse en dos implicaciones: la primera deriva la indiscernibilidad de la identidad (si  $x$  y  $y$  son idénticas, entonces son indiscernibles), la segunda deriva la identidad de la indiscernibilidad (si  $x$  y  $y$  son indiscernibles, entonces son idénticas). Estas dos caras de la definición, veremos, pueden presentar aspectos problemáticos que a veces invitan, y otras exigen, a una toma de posición teórica. La posibilidad irrestricta de generar totalidades a partir de funciones predicativas, los compromisos ontológicos y epistemológicos derivados de la cuantificación de segundo orden, la aceptación de principios *a priori* con contenido existencial, la distinción entre principios lógicos y principios morales en relación con los atributos divinos y las tribulaciones humanas, son algunos de estos aspectos. Ante este panorama se pueden tomar diversas actitudes que van desde la renuncia a dar una definición de la identidad hasta intentos que asumen todas las consecuencias filosóficas de este afán. Por otro lado, estas actitudes suelen generar tensiones y propiciar polémicas acerca de los límites entre la filosofía y la lógica y, en los casos más radicales, a reflexionar sobre los límites de la pertinencia teórica. La correspondencia entre Leibniz y Clarke y las críticas de Wittgenstein en el *Tractatus* a la definición russelliana, son ejemplos claros de cómo la identidad puede propiciar la manifestación de diferencias de actitud teórica y filosófica. Para lo que aquí nos ocupa estas diferencias pueden tomar, esquemáticamente, dos formas: por un lado está el filósofo que quiere preservar las características lógicas

<sup>1</sup> Véase Bertrand Russell y Alfred North Whitehead, *Principia mathematica* [1910], \*13. Cambridge, Universidad de Cambridge, 1964.

de la identidad con un mínimo de compromisos filosóficos y que, consecuentemente, echará mano de todo su ingenio técnico para evitar que la identidad sea trampolín de especulaciones que rebasen la conceptualización establecida alrededor de la ortodoxia lógica. Por otro lado está el filósofo que cree que hacer explícito el potencial teórico concentrado en la noción de identidad, conduce directamente al examen y, a veces, al cuestionamiento de los presupuestos filosóficos de la ortodoxia lógica. Este contraste, claro está, depende en última instancia de los límites que se imponga a lógica y a la pertinencia teórica en general, pero también depende de la actitud filosófica con la que se conciban estas reflexiones. Leibniz, que especulaba con la misma facilidad con la que calculaba, decía: “reconozco que la verdadera metafísica no es muy diferente de la verdadera lógica, esto es, del arte de inventar en general”.<sup>2</sup> Pero en estos tiempos pocos pensadores arriesgarían una síntesis tal. En todo caso, en este trabajo, sólo nos ocuparemos de algunos aspectos de la posición de Quine que coinciden con los afanes de pureza y delimitación del primer tipo de filósofo. No obstante, tal vez sea conveniente tomar como punto de partida y marco de referencia histórico la reflexión leibniziana sobre la identidad.

En una carta de noviembre de 1686, Leibniz le comenta a su corresponsal Placcius: “...aunque no me parece que haya necesidad de otro tipo de prueba además de la que depende de la substitución de equivalentes”.<sup>3</sup> Esta relación entre la identidad y la substitutividad, y el poder lógico de asumirla, no ha dejado en general de reconocerse. Frege es un buen ejemplo, ya que, en los *Grundlagen*,<sup>4</sup> afirma que las leyes que caracterizan a la identidad se pueden derivar analíticamente de su definición y asume como definición el principio leibniziano de substitución *salva veritate*. En el contexto del problema general de establecer una noción o concepto a partir de una equivalencia dice Frege:

De aquí surge una segunda duda; la de si por usar tal método no podríamos vernos envueltos en contradicción con las conocidas leyes de la identidad. ¿Cuáles son éstas? Se podrían desarrollar a partir del concepto mismo como verdades analíticas. Leibniz define así: “*Eadem sunt, quorum unum potest substitui alteri salva veritate*”. Hago mía esta definición de la igualdad. [...] De hecho, en la substitutibilidad general están contenidas todas las leyes de la identidad.<sup>5</sup>

Años después, en una reseña de la *Philosophie der Arithmetik* de Husserl, Frege renuncia a dar una definición propiamente dicha de la identidad, pero insiste en la importancia fundamental del principio leibniziano de la substitutividad *salva veritate*. Dice Frege:

<sup>2</sup> *Apud* Hidé Ishiguro, *Leibniz's Philosophy of Logic and Language*. Londres, Duckworth, 1972, p. 10.

<sup>3</sup> Gottfried Wilhelm Leibniz, “Carta a Placcius”, *apud* H. Ishiguro, *op. cit.*, p. 17.

<sup>4</sup> Véase Gottlob Frege, “Los fundamentos de la aritmética”, en *Conceptografía. Los fundamentos de la aritmética. Otros estudios filosóficos*. Trad. de Hugo Padilla. México, UNAM, 1972, párrafo 65.

<sup>5</sup> *Idem*.

[...] convengo con el autor en que la explicación de Leibniz: “*eadem sunt quorum unum potest substitui alteri salva veritate*” no merece ser calificada como una definición; sin embargo, mis razones son diferentes de las suyas. Puesto que cualquier definición es una identidad, la identidad misma no puede ser definida. La explicación de Leibniz podría ser considerada como un axioma que explicita la naturaleza de la relación de identidad; como tal su importancia es fundamental.<sup>6</sup>

Esta actitud, de explicitar y caracterizar el funcionamiento lógico de la identidad más que intentar definirla, la asumirá Gödel en su prueba de la completud del cálculo de predicados de primer orden de 1930<sup>7</sup> y la secundará Quine en sus trabajos sobre la lógica de la teoría de los conjuntos.<sup>8</sup> En estos dos casos, como en el de Frege, la idea central es que la substitutividad es esencial al funcionamiento de la identidad y, como veremos más adelante, éste es el punto de partida de la reflexión de Quine. Pero antes de pasar a Quine tal vez sea conveniente hacer algunas precisiones terminológicas. El llamado principio de substitutividad *salva veritate* es una afirmación que hace Leibniz en distintos textos y de maneras diversas<sup>9</sup> sin relacionarlo explícitamente con la ahora llamada ley de Leibniz, que se suele formular así:

$$A = B \rightarrow (\Phi)(\Phi A \equiv \Phi B)$$

y que claramente se emparenta con una de las dos implicaciones contenidas en la definición del *Principia*: aquella que deriva la indiscernibilidad de la identidad.

Esta “ley de Leibniz” también puede tomar otras formas y otros nombres: por contraste con el principio de la identidad de los indiscernibles también se la ha llamado el principio de la indiscernibilidad de los idénticos. Wiggins, por ejemplo, asume esta identificación cuando habla de “...un principio conocido usualmente como la ley de Leibniz o de la indiscernibilidad de los idénticos, a saber:

$$(x)(y) ((x = y) \supset (\Phi x \equiv \Phi y))^{10}$$

Sin embargo, la fuente más conocida del uso de estos términos tal vez se encuentre en el artículo de Quine “Reference and Modality”, que se gestó en los años cuarentas y se publicó en 1953. Allí dice Quine:

<sup>6</sup> G. Frege, “Reseña de la *Philosophie der Arithmetik* de Husserl”, recogida parcialmente en Peter Geach y Max Black, eds., *Translations from the Philosophical Writings of Gottlob Frege*. Oxford, Basil Blackwell, 1980, pp. 80-81.

<sup>7</sup> Véase Kurt Gödel, “The Completeness of the Axioms of the Functional Calculus of Logic”, en Jean van Heijencort, *From Frege to Gödel: A Source Book in Mathematical Logic, 1879-1931*. Cambridge, Universidad de Harvard, 1967, pp. 582-591.

<sup>8</sup> Véase Willard van Orman Quine, *Set Theory and its Logic*. Cambridge, Universidad de Harvard, 1963, párrafo 1.

<sup>9</sup> Algunas referencias específicas se encuentran en H. Ishiguro, *op. cit.*, cap. 2 y en G. W. Leibniz, *Logical Papers*. Trad. de G. H. R. Parkinson. Oxford, Universidad de Oxford, 1966.

<sup>10</sup> Véase David Wiggins, *Sameness and Substance*. Oxford, Blackwell, 1980, p. 19.

Uno de los principios fundamentales que gobierna la identidad es el de *substitutividad*, o, como bien puede llamarse, el de la *indiscernibilidad de los idénticos*. Este principio estipula que: dado un enunciado verdadero de identidad, uno de sus términos puede substituirse por el otro en cualquier enunciado verdadero y el resultado será verdadero.<sup>11</sup>

Qué tan sensato sea identificar al principio de substitutividad con la ley de Leibniz o caracterizarlo como principio de la indiscernibilidad de los idénticos, son cuestiones que debemos posponer ya que están íntimamente ligadas con el planteamiento del problema y con las diferentes versiones que se suelen dar de “una” ley o “un” principio. Richard Cartwright, por ejemplo, ofrece buenas razones para distinguir entre el principio de substitutividad y la ley de Leibniz, aunque, como veremos, su versión de esta última pone el énfasis en su interpretación ontológica.<sup>12</sup> Por otro lado, los problemas asociados con las conocidas excepciones al principio de substitutividad se suelen asociar con la distinción entre contextos extensionales y contextos intensionales, mientras que el problema de la indiscernibilidad tiende a relacionarse con la caracterización de las sustancias vía la predicación y la posibilidad de una diferencia *solo numero* o a plantearse en términos de posibilidades lingüísticas de descripción.

Una forma de empezar a entender estas diferencias es tratar de establecer el énfasis que las determina y que prepara el camino para establecer prioridades lógicas y ontológicas. Tomemos, por ejemplo, la ley de Leibniz entendida como la implicación que deriva la indiscernibilidad de la identidad y que, como ya vimos, se puede expresar así:  $A = B \rightarrow (\Phi)(\Phi A \equiv \Phi B)$ . Por un lado la verdad de esta afirmación tiene algo de perogrullesco: si  $A$  y  $B$  son iguales, ¿cómo las vamos a diferenciar? Pero, debemos notar, esta imposibilidad de diferenciación se establece a través de una cuantificación universal sobre propiedades y esta cuantificación, como la noción misma de propiedad, tiene sus bemoles lógicos y ontológicos. Una cosa es la obviedad de Pero Grullo y otra la claridad cartesiana.

Regresemos entonces al principio leibniziano que sintetiza la función lógica básica de la identidad y que, en general, suscita más reparos por su formulación que por su contenido. La más conocida de sus expresiones es la que cita Frege, parcialmente, y que se puede complementar extendiéndola una línea más:

Son lo mismo aquellos que uno puede ser substituido por el otro sin que se altere la verdad, como “triángulo” y “trilátero”, “cuadrángulo” y “cuadrilátero”. (“Eadem sunt quorum unum in alterius locum substitui potest, salva veritate, ut Triangulum et Trilaterum, Quadrangulum et Quadrilaterum”).<sup>13</sup>

<sup>11</sup> W. van O. Quine, “Reference and Modality”, en *From a Logical Point of View*. 2a. ed. Nueva York, Harper & Row, 1963, p. 139.

<sup>12</sup> Véase Richard Cartwright, “Identity and Substitutivity”, en Milton K. Munitz, ed., *Identity and Individuation*. Nueva York, Universidad de Nueva York, 1971.

<sup>13</sup> Apud H. Ishiguro, *op. cit.*, p. 19. Véase G. W. Leibniz, *Logical Papers*, p. 34 y C. I. Gerhard, *Die philosophische Schriften von G. W. Leibniz*, vol. VII, p. 219.

Desafortunadamente y aunque —como nota Ishiguro— es claro que en este texto Leibniz está discutiendo una relación entre conceptos, la mayoría de los lectores de Leibniz han señalado que en otros pasajes la formulación del principio no es tan clara o apunta hacia una discusión de objetos más que de conceptos. Así, en otro escrito, dice Leibniz:

Que *A* es lo mismo que *B* quiere decir que el uno puede substituirse por el otro en cualquier proposición sin que se altere la verdad.

(“Idem autem esse *A* ipsi *B* significat alterum alteri substitui posse in propositione quacumque salva veritate”).<sup>14</sup>

Pero también afirma:

*A* coincide con *B* si el uno puede substituirse en el lugar del otro sin que se altere la verdad, o si, al analizar cada uno de ellos por la substitución de sus valores (sus definiciones) en el lugar de los valores, lo mismo aparece en ambos lados. Lo mismo lo entiendo formalmente (*formaliter*).

(“Coincidit *A* ipsi *B*, si alterum in alterius locum substitui potest salva veritate, seu si resolvendo utrumque per substitutionem valorum (seu definitionum) in locum terminorum utrubique prodeunt eadem, eadem inquam formaliter...”).<sup>15</sup>

Aquí la palabra clave es “*formaliter*” porque, como señala Ishiguro, su uso proviene de la filosofía medieval y su sentido es el “de aquello que concierne a las cosas mismas más que a la idea de las cosas”.<sup>16</sup> Sin embargo, más que entrar a las fuentes de una supuesta ambigüedad leibniziana<sup>17</sup> entre uso y mención, tal vez fuera conveniente atender a los principios que se evocan con tal distinción. Esta actitud se justifica no sólo porque, desde el punto de vista de la erudición leibniziana, la lectura más coherente del principio de substitutividad lo relaciona con conceptos y no con cosas o palabras, sino porque aun dentro del ámbito de los conceptos, el principio no parece tener una función uniforme. Ishiguro, por ejemplo, piensa que a veces el principio puede interpretarse como una definición de la identidad de conceptos —como cuando se infiere la substitutividad de la identidad— pero también señala que en otras formulaciones —cuando se deriva la identidad de la substitutividad— parece funcionar como un criterio de identidad de conceptos.<sup>18</sup> Para lo que aquí nos interesa, los principios que estarían en cuestión y que deben establecerse con cierta nitidez son los que Richard Cartwright caracteriza como principio de substitutividad y principio de identidad. En el contexto general de

<sup>14</sup> *Apud* H. Ishiguro, *op. cit.*, p. 19. Referencias: G. W. Leibniz, *Logical Papers*, p. 52 y L. Couturat, *Opuscules et fragments inédits de Leibniz*. París, 1903, p. 362.

<sup>15</sup> *Apud* H. Ishiguro, *op. cit.*, p. 19. Referencias: G. W. Leibniz, *Logical Papers*, p. 53 y L. Couturat, *op. cit.*, p. 362.

<sup>16</sup> H. Ishiguro, *op. cit.*, p. 20.

<sup>17</sup> En relación con este problema véase H. Ishiguro, *op. cit.*, cap. 2.

<sup>18</sup> *Idem*.

establecer las relaciones entre estas nociones, Cartwright delimita los principios que las rigen de la siguiente manera: por un lado tenemos un principio leibniziano que, en términos contemporáneos, se puede formular así:

(A) para todas las expresiones  $\alpha$  y  $\beta$ ,  $\alpha = \beta$  expresa una proposición verdadera si y sólo si, para todas las oraciones  $S$  y  $S'$ , si  $S'$  es como  $S$  excepto por contener una ocurrencia de  $\beta$  donde  $S$  contiene una ocurrencia de  $\alpha$ , entonces  $S$  expresa una proposición verdadera sólo si  $S'$  también la expresa.<sup>19</sup>

De acuerdo con Cartwright, (A) se puede considerar como la fusión de:

(B) para todas las expresiones  $\alpha$  y  $\beta$ ,  $\alpha = \beta$  expresa una proposición verdadera si la substitución de  $\beta$  por  $\alpha$  preserva la verdad.

con

(C) para todas las expresiones  $\alpha$  y  $\beta$ ,  $\alpha = \beta$  expresa una proposición verdadera sólo si la substitución de  $\beta$  por  $\alpha$  preserva la verdad.<sup>20</sup>

En otras palabras, (A) afirma que la substitución *salva veritate* es condición necesaria y suficiente de la identidad; (B) es la parte que establece a la substitución como condición suficiente de la identidad y (C) la que la establece como condición necesaria. Este desglose le permite a Cartwright enfatizar que es (C), y no (B), la condición que mejor expresa el principio de substitutividad; en las palabras de Quine, que Cartwright cita, esto quiere decir que: “dado un enunciado verdadero de identidad, uno de sus términos puede substituirse por el otro en cualquier enunciado verdadero y el resultado será verdadero”.<sup>21</sup> La delimitación y limitación del principio de substitutividad a la implicación que va de la identidad a la substitutividad no deja de tener problemas ya que, al menos en la formulación quineana, se sigue usando la noción de “término” que, como se sabe, sufre (y goza) de una notoria ambigüedad compartida con las nociones de “sujeto” y “predicado”.<sup>22</sup> Sin embargo, lo que le interesa a Cartwright es distinguir entre (C), el principio de substitutividad, y (D), lo que él llama el principio de identidad. Este último lo expresa así:

(D) si  $x = y$ , entonces toda propiedad de  $x$  es una propiedad de  $y$ .<sup>23</sup>

(D) es un principio que no sólo se suele asociar con (C), sino que se podría considerar su fundamento. Si  $x$  es igual a  $y$ , si son la misma cosa, entonces todo lo que se

<sup>19</sup> R. Cartwright, “Identity and Substitutivity”, en *op. cit.*, p. 120.

<sup>20</sup> *Idem.*

<sup>21</sup> Véase *ibid.*, p. 121 y W. van O. Quine, *From a Logical Point of View*, p. 139.

<sup>22</sup> Véase Peter Geach, *Reference and Generality: An Examination of Some Medieval and Modern Theories*. Ithaca, Universidad de Cornell, 1970, p. 22. (Citado por H. Ishiguro).

<sup>23</sup> R. Cartwright, “Identity and Substitutivity”, en *op. cit.*, p. 121.

predique con verdad de  $x$  se predicará, también con verdad, de  $y$ . El problema, como señala Cartwright y muestra la amplia bibliografía sobre el tema, es que —más allá de las discusiones acerca de cómo salirles al paso— el principio de substitutividad tiene excepciones. Discutibles o no, estas excepciones indican que (C), el principio de substitutividad, no comparte la transparencia y simpleza de (D), el principio de identidad. Es por esto que para Cartwright es importante mostrar que, aunque a veces se confundan o se piense que el uno es la manifestación material del otro, (C) y (D) son dos principios diferentes y, sobre todo, que (D) no implica a (C). En este planteamiento se enfatizarán dos cosas: en primer lugar que pensar que (D) implica a (C) equivale a pensar que de las excepciones a (C) se puede derivar la falsedad de (D). Dice Cartwright: “...preguntar si el principio de identidad implica el principio de substitutividad es preguntar si de la proposición acerca de que hay un contraejemplo al principio de substitutividad se puede inferir legítimamente la falsedad del principio de identidad”.<sup>24</sup>

En segundo lugar se pone énfasis en el carácter ineludible de las excepciones al principio de substitutividad: la existencia misma de oraciones donde la substitutividad no es transparente y requiere de una explicación que justifique su opacidad, muestra que el principio y sus excepciones van de la mano. Esta relación es de notarse, ya que, como habíamos mencionado, la substitutividad se suele asociar con el principio de identidad y esta asociación es la que sugiere la imposibilidad de excepciones. Así, refiriéndose al principio de substitutividad, Quine dice lo siguiente:

Es fácil encontrar casos contrarios a este principio. Por ejemplo, los enunciados:

- (1) Giorgione = Barbarelli
- (2) A Giorgione lo llamaban así por su tamaño

son verdaderos; sin embargo, el reemplazar el nombre “Giorgione” por el nombre “Barbarelli” convierte a (2) en la falsedad: A Barbarelli lo llamaban así por su tamaño.<sup>25</sup>

Pero, un ejemplo más adelante, insiste:

Sin embargo, la base del principio de substitutividad parece bastante sólida; todo lo que se puede decir acerca de la persona Cicerón (o Giorgione) debe ser igualmente verdadero de la persona Tulio (o Barbarelli) ya que son la misma persona.<sup>26</sup>

Es este punto de vista el que obliga a Quine a relacionar las excepciones al principio de substitutividad con opacidades referenciales veniales y la aplicación cabal de ese principio con una transparencia que, en su pureza, sólo puede ser constada por esa misma

<sup>24</sup> *Ibid.*, p. 122.

<sup>25</sup> W. van O. Quine, “Reference and Modality”, en *op. cit.*, p. 139.

<sup>26</sup> *Idem.*

aplicación cabal. Sin embargo, señalar aquí una circularidad sería un tanto apresurado ya que es precisamente esta circularidad la que suelda la substitutividad con la pureza referencial. Cartwright, por otro lado, piensa que lo importante de estos ejemplos es que constituyen excepciones y el que haya formas, ingeniosas o tormentosas, de enderezar su oblicuidad o restituir su transparencia, sólo enfatiza el hecho de su excepcionalidad. Con Quine en mente dice Cartwright:

Algunos responden a esto [la diferencia entre S1: “A Giorgione lo llamaban así por su tamaño” y S2: “A Barbarelli lo llamaban así por su tamaño”] señalando que la proposición expresada por S1 también se expresa por la oración diferente: “A Giorgione lo llamaban ‘Giorgione’ por su tamaño” y aquí la substitución de ‘Barbarelli’ en el lugar de la primera aparición de ‘Giorgione’ resulta en una oración que, en contraste con S2, expresa una proposición verdadera. Pero la respuesta apropiada a esto es: cierto, pero no pertinente. Ya que, por más que la situación pueda ser diferente con otros pares de oraciones, el hecho es que el par (S1, S2) es un contraejemplo. Aún más, a veces se dice que la aparición de ‘Giorgione’ en S1 no es puramente referencial (no puramente designativa, oblicua). Pero esto, lejos de salvar al principio de substitutividad, sólo reconoce que el par (S1, S2) es de hecho su contraejemplo, ya que también se nos dice que la aparición de un nombre en una oración cuenta como puramente referencial sólo si la substitución de esa aparición por todas y cada una de las expresiones co-designativas preserva el valor de verdad.<sup>27</sup>

Este planteamiento está orientado hacia una pregunta básica en la argumentación: ¿en qué medida las oraciones S1 y S2 podrían considerarse como una excepción al principio de identidad? Puesto que este principio está formulado en términos de propiedades, la excepcionalidad de (S1, S2) tendría que ver con una propiedad de Giorgione que no lo fuera de Barbarelli; la dificultad es determinar cuál podría ser esta propiedad. El intento de determinar una propiedad de Giorgione de la que Barbarelli carezca, arguye Cartwright, resulta en una incoherencia que no puede usarse como contraejemplo del principio de identidad. Pero antes de tratar de formular esa incoherencia hay que notar que la propiedad en cuestión no puede ser la propiedad de ser llamado ‘Giorgione’ por su tamaño, ya que esta propiedad la tienen tanto Giorgione como Barbarelli. Tampoco se puede pensar en la propiedad de ser así llamado en razón de su tamaño, ya que entonces tendríamos que especificar cómo de hecho se es llamado. Estas dificultades indican que precisar una propiedad de Giorgione que no posea Barbarelli no es una tarea simple y requiere que se establezca una relación entre un objeto y la verdad de una afirmación específica acerca de él. Dice Cartwright:

Una sugerencia más adecuada es que la propiedad en cuestión sea aquella que tiene un objeto si y sólo si la proposición acerca de que al objeto en cuestión lo llaman así por su tamaño, es una proposición verdadera. Se podría por tanto

<sup>27</sup> R. Cartwright, “Identity and Substitutivity”, en *op. cit.*, p. 122.

sugerir que si suponemos que P es la propiedad que tiene una cosa  $x$  únicamente cuando la proposición acerca de que a  $x$  la llaman así por su tamaño es verdadera, entonces, puesto que la proposición acerca de que a Giorgione lo llamaban así por su tamaño es verdadera, Giorgione tiene P, y, puesto que la proposición acerca de que a Barbarelli lo llamaban así por su tamaño es falsa, Barbarelli no tiene P, y de esto, junto con la identidad de Giorgione con Barbarelli, se puede concluir que el par (S1, S2) falsifica el principio de identidad.<sup>28</sup>

Esta conclusión, como ya mencionamos, conlleva para Cartwright una incoherencia que, esquemáticamente, se puede formular así: supongamos que la propiedad en cuestión es P, entonces la formulación del ejemplo inicia con la verdad de:

(1) Giorgione tiene P

y se agrega:

(2) A Giorgione lo llaman “Barbarelli”

De (1) y (2) se puede derivar, por generalización existencial:

(3) Hay alguien a quien llaman “Barbarelli” y tiene P

que, dada la caracterización de P como “la propiedad que tiene una cosa  $x$  únicamente cuando la proposición acerca de que a  $x$  la llaman así por su tamaño es verdadera”, es equivalente a:

(4) Hay alguien a quien llaman “Barbarelli” y la proposición acerca de que lo llaman así por su tamaño es verdadera

que, en el mejor de los casos y en el espíritu del ejemplo, es falsa: no hay alguien a quien se llame “Barbarelli” por su tamaño. Claro está que el defensor de P podría argüir que tanto la incongruencia como la falsedad de (4) provienen precisamente de la violencia ejercida en contra del principio de identidad. Después de todo, se podría pensar que lo que muestra el ejemplo de Quine es que existe al menos una propiedad que tiene Giorgione y de la que carece Barbarelli, no obstante que son la misma cosa gorda. Sin embargo, hay que recordar que a lo que apunta la argumentación de Cartwright es hacia la posibilidad de caracterizar adecuadamente a P. En este tenor el defensor de P podría sugerir que (4) no es una formulación adecuada de (3) ya que en (4) la expresión “lo llamaban así” hace referencia a “Barbarelli”. El problema es que la única forma de eliminar la posibilidad de que “lo llamaban así” no se ancle en un nombre es eliminar ese nombre, pero si seguimos este camino la equivalencia adecuada de (3) sería:

<sup>28</sup> *Ibid.*, p. 123.

- (5) Hay alguien tal que la proposición acerca de que lo llamaban así por su tamaño es verdadera.

En (5) “lo llamaban así” no tiene antecedente, sino que aparece por sí sola, sin referencia a un contexto lingüístico; pero esto es precisamente lo que quiere enfatizar Cartwright, que una expresión como “lo llamaban así” tiene que hacer referencia a un contexto y la ausencia de ese contexto vicia la formulación de la proposición y, consecuentemente, la definición de la discutida propiedad P. Dice Cartwright:

De acuerdo con esa definición, un objeto dado tiene P únicamente en el caso de que la proposición acerca de que lo llamen así por su tamaño sea verdadera. Pero, ¿cómo debemos entender esto? Si suponemos que la expresión ‘lo llaman así’ tiene un referente fijo —el nombre ‘Giorgione’, digamos— entonces P no servirá para falsificar el principio de identidad; y si entendemos que el referente de ‘lo llaman así’ cambia con cada una de las diferencias en la elección de nombre para el objeto dado, entonces la definición presupone algo falso, a saber, que existe algo como la proposición acerca de que el objeto en cuestión lo llaman así por su tamaño.<sup>29</sup>

Para Cartwright el examen cuidadoso del ejemplo quineano muestra entonces dos cosas, por un lado, que el principio de substitutividad tiene excepciones y que la gravedad de estas excepciones se suele asociar con el principio de identidad, por otro, se argumenta que el principio de identidad no implica al de substitutividad, ya que la transformación del contraejemplo a la substitutividad en un contraejemplo al principio de identidad conlleva, como vimos, considerables dificultades de formulación. Su argumentación, dice Cartwright,

Muestra que no todo contraejemplo para el principio de substitutividad es un contraejemplo para el principio de identidad y, por lo tanto, que el principio de identidad no implica el principio de substitutividad. Y esto, me parece, es algo que debe reconocerse de una vez por todas.<sup>30</sup>

Aunque convincente esta conclusión mantiene en el aire una pregunta muy general: ¿cuál es la relación entre identidad y substitutividad? Si, como arguye Cartwright, el principio de identidad no implica al de substitutividad, ¿podemos suponer que son independientes?, ¿hay que renunciar a considerar a la identidad como el fundamento ontológico de la substitutividad? En lo que resta de este trabajo examinaremos una posición, la de Quine, que en parte replantea y en parte reevalúa estas preguntas. Para Quine, como para Frege, Gödel y la mayoría de los lógicos, la substitutividad va de la mano con la identidad y separarlas equivaldría a privarnos de un mecanismo lógico muy

<sup>29</sup> *Ibid.*, p. 124.

<sup>30</sup> *Ibid.*, p. 125.

poderoso. El problema entonces es cómo dar una caracterización de la identidad que garantice la substitutividad y que no dependa de nociones ontológicas cuestionables y muy discutidas como las de sustancia o propiedad, sino que pueda ser formulada en los términos más sobrios y formales de individuación, variables individuales, predicados y cuantificación.

Un logro muy cercano a este ideal se debe a Gödel, quien, como se sabe, probó la completud del cálculo de predicados en su tesis doctoral de 1930. En su prueba de los dos primeros teoremas

*Teorema I. Toda fórmula válida del cálculo funcional restringido es probable.*

y su equivalente:

*Teorema II. Toda fórmula del cálculo funcional restringido es o refutable o puede ser satisfecha (y, además, puede ser satisfecha en el dominio denumerable de individuos).*

Gödel parte de seis axiomas que no incluyen a la identidad.<sup>31</sup> Sin embargo, un poco antes de formular el Teorema VII, dice:

Tanto el Teorema I como el Teorema II se pueden generalizar en varias direcciones. En primer lugar es fácil incorporar la noción de identidad (entre individuos) a la consideración agregando a los Axiomas 1-6, ya mencionados, dos más:

$$7. x = x, 8. x = y \rightarrow [F(x) \rightarrow F(y)].^{32}$$

de esta forma se amplía el ámbito de fórmulas a las que se aplicaban los Teoremas I y II y se obtiene:

*Teorema VII. Toda fórmula del ámbito ampliado puede ser probada si es válida (más precisamente, si es válida en todo dominio de individuos)*

y

*Teorema VIII. Toda fórmula del ámbito ampliado es o refutable o puede ser satisfecha (y, además, puede ser satisfecha en un dominio finito o denumerable de individuos).*

El mecanismo para lograr esta extensión consiste en agregar a la fórmula del ámbito ampliado que se desee probar, el Axioma 7 y todas las fórmulas generadas por la aplicación sistemática del Axioma 8 a sus predicados (monádicos, diádicos, etcétera). Esta receta garantiza la eliminación del signo de identidad de una fórmula sin alterar sus propiedades lógicas. Dice Gödel:

<sup>31</sup> Véase K. Gödel, "The Completeness of the Axioms of the Functional Calculus of Logic", en *op. cit.*, pp. 582-591. (Traducción de la versión publicada, en el mismo año, de la tesis de 1930.)

<sup>32</sup> *Ibid.*, p. 589.

En lo que respecta a la prueba, supongamos que A denota una fórmula arbitraria del ámbito ampliado. Construimos una fórmula B como el producto (conjunción) de A,  $(x)(x = x)$ , y todas las fórmulas que obtenemos del Axioma 8 sustituyendo F por las variables funcionales que ocurren en A, esto es, más precisamente:

$$(x)(y) \{x = y \rightarrow [F(x) \rightarrow F(y)]\}$$

para todas las variables funcionales singulares de A,

$$(x)(y)(z) \{x = y \rightarrow [F(x, z) \rightarrow F(y, z)]\} \& (x)(y)(z) \{x = y \rightarrow [F(z, x) \rightarrow F(z, y)]\}$$

para todas las variables funcionales binarias de A (incluyendo la misma “=”) y las fórmulas correspondientes para las variables funcionales  $n$ -arias de A para las cuales  $n \geq 3$ . Supongamos que B’ sea la fórmula que resulta de B cuando el signo “=” se reemplaza por una variable funcional G que no aparezca en B de ninguna manera. Entonces el signo “=” ya no aparece en la expresión B’ que, por lo tanto, de acuerdo con lo que se ha probado antes, es o refutable o puede ser satisfecha. Si es refutable también lo es B, puesto que resulta de B’ a través de la substitución de “=” por G. Pero B es el producto lógico de A y una sub-fórmula que obviamente se puede probar por los Axiomas 7 y 8. En este caso, por lo tanto, A es también refutable.<sup>33</sup>

La satisfacción, como es de imaginarse, genera otros vericuetos en relación con la identidad que no se reducen a la falta de elementos de discernimiento sino que, por el contrario, enfatizan problemas de distinción, de número y de clase a los que aquí no haremos referencia. Por lo pronto notemos que los Axiomas 7 y 8 de Gödel nos permiten formular un facsímil de la identidad que, sin respaldos ontológicos, logra garantizar la substitutividad ya que la identidad se resume en la indiscernibilidad y ésta se establece en términos puramente predicativos. Así, si dejamos a un lado por un momento el problema de la individuación, podemos entender que Quine asuma gustosamente la solución de Gödel y la reformule en términos más generales.

En el contexto de una discusión acerca del ámbito de la lógica,<sup>34</sup> Quine plantea el problema de incluir o excluir a la identidad dentro de ese ámbito. Sugiere así que una buena razón para excluirla es que, si asumimos que las verdades lógicas lo son en razón de su estructura, entonces las verdades paradigmáticas de la teoría de la identidad no serían verdades lógicas. Aceptar a la identidad como parte de la lógica podría entonces poner en tela de juicio el irreprochable carácter formal de la última. Dice Quine:

Sin embargo, esta actitud general hacia la verdad lógica es amenazada (*threatened*) por el predicado “=” de identidad. Verdades de la teoría de la identidad como “ $x = x$ ”, además de “ $(\exists y) (x = y)$ ” o “ $\sim(x = y \cdot \sim(y = x))$ ”, son inaceptables como

<sup>33</sup> *Idem.*

<sup>34</sup> Véase W. van O. Quine, *Philosophy of Logic*. Englewood Cliffs, Prentice Hall, 1970, cap. 5.

verdades lógicas bajo las definiciones proyectadas de verdad lógica, ya que son falsificables al substituir otros predicados en lugar de “=”.<sup>35</sup>

Otra razón, más específicamente quineana, para expulsar a la identidad del reino de la lógica, es la idea de que la generalidad lógica es típicamente oblicua, esto es, se ejerce sobre oraciones y no sobre objetos:

Podemos generalizar a partir de “Tom es mortal”, “Dick es mortal” y así sucesivamente, sin hablar de verdad o de oraciones; podemos decir: “Todos los hombres son mortales”. En forma similar podemos generalizar a partir de “Tom es Tom”, “Dick es Dick”, “0 es 0” y así sucesivamente, diciendo “Todo es igual a sí mismo”. Pero cuando, por otro lado, queremos generalizar a partir de “Tom es mortal o Tom no es mortal”, “La nieve es blanca o la nieve no es blanca” y así sucesivamente, ascendemos a hablar de verdades y de oraciones, decimos: “Toda oración de la forma ‘ $p$  o no  $p$ ’ es verdadera”, o “Toda alternancia de una oración con su negación es verdadera”. Lo que propicia este ascenso semántico no es que “Tom es mortal o Tom no es mortal” sea de alguna manera acerca de oraciones mientras que “Tom es mortal” y “Tom es Tom” es acerca de Tom. Las tres son acerca de Tom. Ascendemos únicamente por la manera oblicua en la que se relacionan entre sí las instancias sobre las que generalizamos.<sup>36</sup>

Así las cosas, si la identidad o, para el caso, cualquier otro predicado, formara parte de la lógica, entonces el quineano ascenso semántico, propiciado por la oblicuidad, quedaría anclado al lenguaje objeto y a su discurrir sobre objetos. Ésta, que podría pensarse como la situación natural, Quine la considera “desafortunada” ya que la distinción entre generalizar a partir de objetos y generalizar a partir de oraciones y verdades es esencial para distinguir entre las ciencias naturales y la lógica. Quine plantea el problema de la siguiente manera:

Si [...] consideráramos a “=” o cualquier otro predicado como parte del vocabulario puramente lógico, tendríamos entonces que reconocer que, después de todo, a través de la cuantificación directa en el lenguaje objeto se pueden expresar algunas generalidades lógicas; “ $(x)(x = x)$ ”, por ejemplo. Esto parece desafortunado. El contraste entre generalidades que se pueden expresar así por la cuantificación en el lenguaje objeto, por un lado, y las generalidades que, por el otro, requieren del ascenso semántico, marca un lugar notorio y tentador para establecer la línea divisoria entre las otras ciencias y la lógica.<sup>37</sup>

Por otro lado, y a pesar de estas tentaciones de exclusión, existen otras razones que nos pueden inclinar a incluir la identidad dentro del enrarecido ámbito de la pureza lógica. La primera de ellas, la que la distancia, lógica y epistemológicamente, de las

<sup>35</sup> *Ibid.*, p. 61.

<sup>36</sup> *Ibid.*, p. 11.

<sup>37</sup> *Ibid.*, p. 61.

matemáticas, es la completud; Gödel, como ya recordamos, mostró, usando los Axiomas 7 y 8, que el cálculo de predicados con identidad es completo, mientras que, como Gödel también mostró unos meses más tarde, la aritmética no lo es. La segunda razón es la neutralidad, la teoría de la identidad “no tiene preferencias”, y esta neutralidad, y la universalidad consiguiente, la emparenta más con la lógica que con las matemáticas. En palabras de Quine:

Otro aspecto en que la teoría de la identidad parece más lógica que matemáticas es la universalidad: trata a todos los objetos imparcialmente. Es cierto que, en forma semejante, cualquier teoría puede formularse con variables generales con un rango universal, sin embargo, los únicos valores de las variables que importan, por ejemplo, para la teoría de los números o la teoría de los conjuntos, son los números y los conjuntos, mientras que la teoría de la identidad no tiene preferencias.

Esta última característica sugiere que la teoría de la identidad, como la teoría de la cuantificación, es peculiarmente básica.<sup>38</sup>

Este carácter básico de la identidad, aunado a la posibilidad de dar una caracterización funcionalmente adecuada de ella a partir de predicados y cuantificadores, inclina a Quine a considerar la identidad como parte de la lógica. La ventaja teórica de esta caracterización es que no se establece en abstracto, como una definición, sino en función de la riqueza descriptiva del lenguaje que se está regimentando.

Aunque no podemos definirla puramente en términos de funciones de verdad y cuantificación, podemos definir la identidad, o un útil facsímil de ella, en los sistemas donde se apliquen las funciones de verdad y los cuantificadores.<sup>39</sup>

Así, en lugar de dar una definición general como la del *Principia*, que inmediatamente se ve lastrada por sus implicaciones teóricas, Quine, como Gödel, da los lineamientos de una definición para cada sistema o lenguaje lógico en el que se desee incorporar la identidad. Estos lineamientos, podríamos decir, son una aplicación del principio de indiscernibilidad de los idénticos al caso particular de un lenguaje o sistema; esta aplicación consiste, básicamente, en asegurar que si  $x$  es igual a  $y$  entonces no hay forma de discernir entre ellas. En el caso de un lenguaje en particular esto quiere decir garantizar que en ese lenguaje no existan recursos para distinguir entre dos términos relacionados verdaderamente por el predicado de identidad, esto es, asegurar que los recursos descriptivos de ese lenguaje no permiten distinguir entre  $x$  y  $y$ ; dado cualquier predicado de ese lenguaje, ya sea monádico, diádico o  $n$ -ádico,  $x$  lo tendrá si y sólo si  $y$  también lo tiene. Pedagógicamente Quine explica el mecanismo de la siguiente manera:

El método de definición es evidente a partir del siguiente ejemplo. Considérese un lenguaje estándar cuyo léxico de predicados consiste en un predicado “A” de

<sup>38</sup> *Ibid.*, p. 62.

<sup>39</sup> *Ibid.*, p. 63.

un lugar, dos predicados, “B” y “C”, de dos lugares y un predicado “D” de tres lugares. Podemos entonces definir “ $x = y$ ” como la abreviación de:

$$(3) Ax \equiv Ay \cdot (z)(Bzx \equiv Bzy \cdot Bxz \equiv Byz \cdot Czx \equiv Czy \cdot Cxz \equiv Cyz \cdot (z')(Dzz'x \equiv Dzz'y \cdot Dzxz' \equiv Dzyz' \cdot Dxzz' \equiv Dyzz'))).$$

Nótese cuál es el plan: el agotamiento de las combinaciones. Lo que “ $x = y$ ” nos dice, de acuerdo con esta definición, es que los objetos  $x$  y  $y$  son indistinguibles por los cuatro predicados; que aun en sus relaciones con otros objetos  $z$  y  $z'$  son indistinguibles uno del otro en tanto esas relaciones se expresen en oraciones simples.<sup>40</sup>

Esta posibilidad de ver “ $x = y$ ” como la forma sucinta o abreviada de (3) permite considerar las leyes de la identidad como formas abreviadas de verdades lógicas de la teoría de la cuantificación, esto es, como verdades puramente formales o estructurales que no hacen referencia a un lenguaje objeto o a un conjunto de predicados en particular. De aquí que finalmente, dado este mecanismo que permite pensar la identidad como un esquema lógico neutro, Quine se incline por su asimilación dentro de la lógica.<sup>41</sup> Las ventajas de esta asimilación desde el punto de vista quineano son claras: por un lado hace justicia a la universalidad y neutralidad de la identidad, por el otro garantiza la substitutividad, que simplemente se deriva de la indiscernibilidad, sin tener que acudir a ningún principio ontológico. De esta manera el planteamiento de Quine distancia la caracterización de la identidad del problema de la sustancia y lo acerca al de la individuación.<sup>42</sup> Sin embargo, es precisamente en su relación con la individuación donde surge una pequeña dificultad en la versión quineana de la identidad y esta dificultad, la tentación de relativizar la identidad, puede crecer hasta cuestionar la neutralidad y universalidad de esa noción fundamental. Después de establecer el mecanismo de reducción de la identidad a la gramática estándar del lenguaje cuantificado, Quine señala:

Puede suceder que los objetos que se proponen como valores de las variables de cuantificación no sean completamente distinguibles uno del otro a través de los cuatro predicados. Cuando esto pasa (3) no logra definir la identidad *genuina*. Este *fracaso*, sin embargo, permanece *oculto* [remains unobservable] desde *el interior del lenguaje* [from within the language]; desde ese punto *privilegiado* (3) es tan buena como la identidad.<sup>43</sup>

Pero si este “método de definir o simular la identidad” fracasa en tanto que definición “genuina”, y esto sucede cuando los predicados disponibles no son suficientes para diferenciar completamente a los objetos que, se supone, serán los valores de las variables,

<sup>40</sup> *Idem*.

<sup>41</sup> Véase *ibid.*, p. 64.

<sup>42</sup> Este punto de vista lo enfatiza Quine en “Identity” pero, hasta donde yo sé, no ha sido publicado.

<sup>43</sup> *Ibid.*, p. 63. (Cursivas mías.)

entonces surgen preguntas que ese método debería si no eliminar, sí, al menos, acallar. Estas preguntas, tradicionales que son, se pueden formular en los términos del ejemplo quineano: si la individuación generada por los cuatro predicados del lenguaje en cuestión no es suficiente, ¿cuántos predicados y de qué lenguaje sí serían adecuados para hablar de una identidad genuina? Si la identidad se relaciona con la individuación, ¿la individuación generada por la “simulación” de la identidad es un simulacro de individuación? ¿Cuál sería el costo ontológico de este simulacro? Si la identidad se establece en función de un lenguaje, ¿en qué medida se podría hablar de una relativización de la identidad y, por ende, de la ontología? Y, por último, ¿en qué medida esta situación no le abre nuevamente la puerta a la tentación de pensar que la mejor forma de entender los valores de las variables de cuantificación son las viejas sustancias? Estas y otras preguntas vecinas son el trasfondo filosófico de la reflexión formal acerca de la identidad y la substitutividad.

Las sustancias, podemos tal vez concluir, no son tan fáciles de eliminar de la reflexión lógica; no lo son, en primer lugar, porque si queremos que nuestra cuantificación siga siendo objetiva, en el sentido de que nuestra variables individuales se refieran a objetos individuales e individualizables, más allá de los recursos predicativos de nuestro lenguaje, entonces tenemos que aceptar que una identidad definida a través de un acervo específico de predicados, tiene sus limitaciones. Esta conclusión concuerda con la idea, laboriosamente elaborada por Cartwright, acerca de que no todo contraejemplo al principio de substitutividad puede ser considerado como un contraejemplo al principio de identidad. Suponer lo contrario, como parece hacerlo Quine, le lleva explicar la falta de substitutividad por una cierta opacidad o falta de transparencia referencial. Desafortunadamente la caracterización de esta opacidad suele hacer referencia a la misma falta de substitutividad que trata de explicar.

La conclusión, más fuerte, acerca de que el principio de identidad no implica el de substitutividad, constituye, obviamente una invitación para reflexionar acerca de las relaciones entre la ontología y la lógica, específicamente en lo que toca a una posible relativización de la identidad y de la ontología, pero esas reflexiones se encuentran más allá de los límites de este trabajo expositivo y, probablemente, de las capacidades de su autor.